

А. В. Трофимов, И. А. Рудный

**РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
С УЧЕТОМ НЕУПРУГОЙ РАБОТЫ
СЦЕПЛЕНИЯ АРМАТУРЫ С БЕТОНОМ**



А. В. Трофимов, И. А. Рудный

РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ НЕУПРУГОЙ РАБОТЫ
СЦЕПЛЕНИЯ АРМАТУРЫ С БЕТОНОМ

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет

А. В. Трофимов, И. А. Рудный

**РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
С УЧЕТОМ НЕУПРУГОЙ РАБОТЫ
СЦЕПЛЕНИЯ АРМАТУРЫ С БЕТОНОМ**

Монография

Санкт-Петербург
2023

УДК 624.012.3/4

Рецензенты:

д-р геол.-минерал. наук, канд. техн. наук, профессор,
генеральный директор *А. Г. Шашкин* (Петербургский государственный
университет путей сообщения Императора Александра I;
ООО «ПИ Георекострукция»);
канд. техн. наук, главный конструктор *П. А. Пяткин* (ООО «НИПИ «ЭРКОН»)

Трофимов, А. В.

Расчет железобетонных элементов с учетом неупругой работы сцепления арматуры с бетоном : монография / А. В. Трофимов, И. А. Рудный ; Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет. – Санкт-Петербург : СПбГАСУ, 2023. – 202 с. – Текст : непосредственный.

ISBN 978-5-9227-1310-8

Приводятся результаты теоретических исследований по расчету раскрытия трещин в железобетонных элементах с учетом сцепления арматуры с бетоном. Рассматривается влияние на этот процесс различных параметров (схемы загрузки, усадки и др.) с учетом напряженно-деформированного состояния контактной зоны. Особое место занимают исследования элементов с нарушенными участками сцепления. Показано сравнение теоретических и экспериментальных исследований.

Предназначается для научных, инженерно-технических работников, связанных с исследованием и проектированием железобетонных конструкций.

Табл. 32. Ил. 110. Библиогр.: 132 назв.

Печатается по решению Научно-технического совета СПбГАСУ

ISBN 978-5-9227-1310-8

© Трофимов А. В., Рудный И. А., 2023
© Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет, 2023

Введение

Совершенствование методов расчета железобетонных конструкций требует дальнейшего изучения механического взаимодействия арматуры и бетона, обусловленного силами сцепления. Закономерности взаимодействия в контактной зоне определяют прочность, жесткость и трещиностойкость конструкций.

Современная теория железобетона, сочетающая стремление к инженерной простоте и согласованность с опытом, оказалась перегруженной эмпирическими формулами и коэффициентами. Отсутствие в этих зависимостях параметров сцепления не позволяет учитывать целый ряд факторов, влияющих на напряженно-деформированное состояние элементов и конструкций, включая процессы трещинообразования.

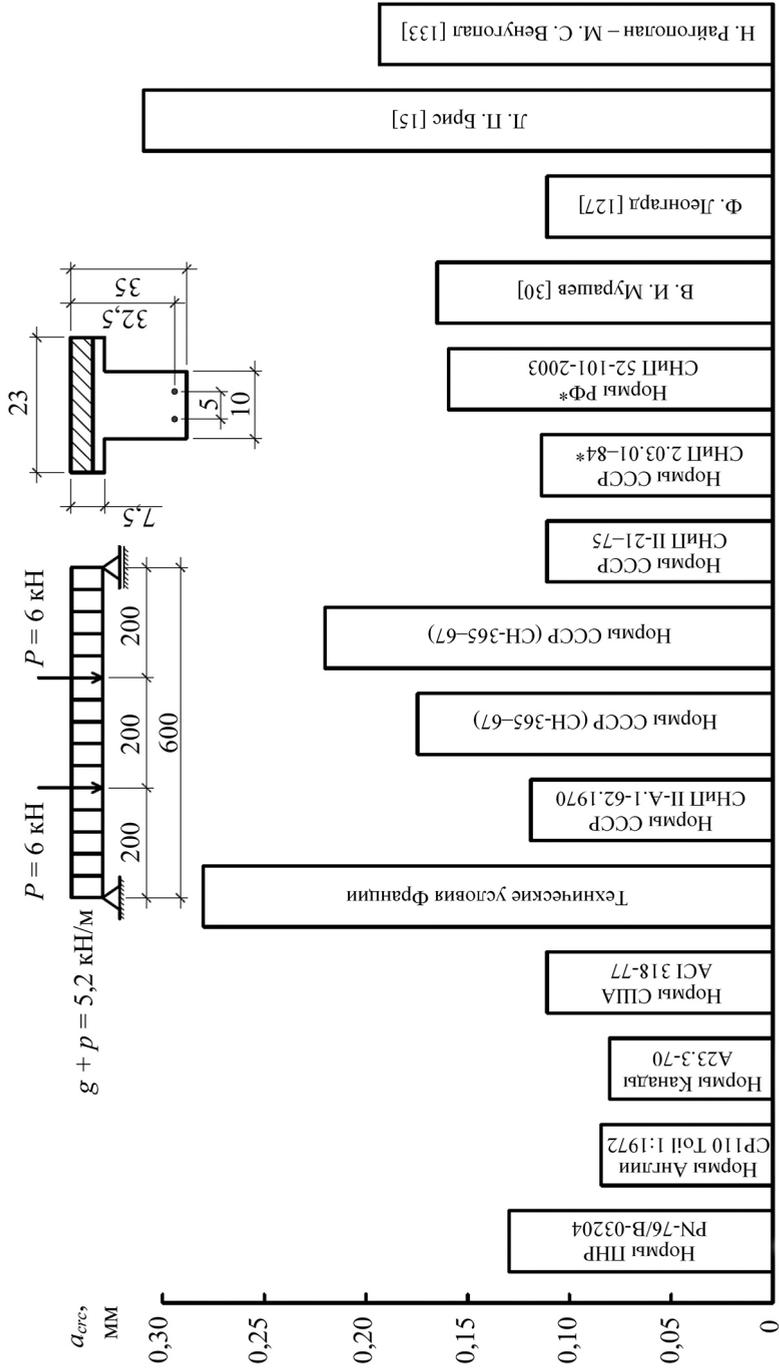
Экспериментальные исследования контактной зоны в обычных железобетонных элементах изменили традиционные представления о монолитности сцепления арматуры с бетоном даже на стадии, предшествующей образованию трещин. Конструкции, которые в силу ряда причин имеют участки нарушенного сцепления, не могут быть рассчитаны методами, принятыми для обычного железобетона, поскольку неверно будут оцениваться параметры напряженно-деформированного состояния, в том числе трещиностойкость и жесткость. Для таких конструкций необходимо строить особый расчетный аппарат потому, что параметры сцепления не входят в исходные уравнения. Введение эмпирических коэффициентов решает лишь количественную сторону задачи, но не отражает физическую сущность.

Стремление к более полному и экономичному использованию материалов конструкции привело к уменьшению фактических запасов прочности и увеличению возможности трещинообразования. Трещинообразование в железобетоне – явление достаточно сложное, которое объясняется многообразием действующих факторов и их неоднозначным влиянием на этот процесс. Анализ опытов различных исследований показывает, что часто трудно

вынести объективное суждение о закономерностях раскрытия нормальных трещин и наиболее существенных параметрах, их определяющих. Для получения сопоставимых результатов необходима единая методика проведения экспериментов и оценки опытных данных, которая в настоящее время отсутствует.

У исследователей не сложилось единого мнения по оценке влияния большинства параметров на процесс развития трещин. Многочисленные экспериментальные исследования дают разноречивую картину – влияние одних и тех же параметров оценивается иногда прямо противоположно. В этом отношении показателен расчет ширины раскрытия нормальных трещин для балки, представленной на рис. 1.1, выполненный по формулам разных исследований и норм ряда ведущих стран [1].

Для описания процесса трещинообразования необходимо привлечение целого ряда гипотез, основанных на современных представлениях о связи напряжений и деформаций бетона в сечении, совместной работе бетона и арматуры в контактной зоне и т. д.



* Добавлено А. В. Трофимовым

Рис. 1.1. Ширина раскрытия нормальных трещин балки таврового профиля, вычисленная по национальным нормам и предложениям различных авторов

1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА О РАСЧЕТЕ ОБРАЗОВАНИЯ И РАСКРЫТИЯ НОРМАЛЬНЫХ ТРЕЩИН В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

1.1. Существующие подходы к оценке сцепления арматуры с бетоном

Закономерности взаимодействия арматуры с бетоном определяют прочность, жесткость и трещиностойкость железобетонной конструкции. Совместная работа этих материалов, различных по своим механическим характеристикам, осуществляется благодаря сцеплению, которое обеспечивает их связь и создает сопротивление скольжению арматуры в бетоне.

Уже с момента появления железобетона как конструкционного материала исследователей интересовали вопросы взаимодействия арматуры с окружающим ее бетоном. Еще в начале XX в. изучению свойств бетона в зоне контакта с арматурой были посвящены работы Баха, Пробса, Консидера, Абрамса и других, позволившие накопить богатый экспериментальный материал. Важнейшим толчком, способствующим повышению интереса у исследователей к вопросам сцепления, послужило появление новых видов арматуры, главным образом периодического профиля.

Если в ранних опытах по изучению сцепления основное внимание уделялось величине усилия выдергивания арматуры из бетона и распределению напряжений сцепления по длине зоны анкеровки, то в последнее десятилетие появился интерес к изучению состояния окружающего стержень бетона в связи с исследованием трещинообразования.

Построение расчетных моделей, основанных на закономерностях взаимодействия арматуры и бетона в контактной зоне, составляет основу технических теорий сцепления. Одной из важнейших задач теории сцепления яв-

ляется выяснение закономерностей контакта бетона и арматуры при передаче растягивающего усилия через арматуру в условиях трещинообразования [2].

В основе технической теории сцепления лежат два исходных уравнения:

$$g_x = g_0 - \int_0^x (\varepsilon_{s(x)} - \varepsilon_{b(x)}) dx; \quad (1.1)$$

$$\tau_x = F[g_x], \quad (1.2)$$

где g_x – условное смещение арматуры относительно прилегающего бетона; g_0 – продольные сдвиги арматуры относительно загруженного торца; $\varepsilon_{s(x)}$ и $\varepsilon_{b(x)}$ – соответственно относительные деформации арматуры и бетона в некотором сечении элемента.

Уравнения (1.1) и (1.2) связывают геометрическую и физическую стороны задачи.

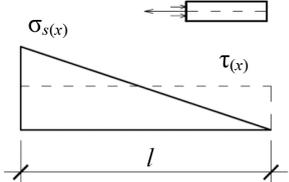
Большое внимание уделяется изучению закономерностей распределения напряжений сцепления τ_x и нормальных напряжений в арматуре $\sigma_{s(x)}$ в зависимости от величины нагрузки. Все предложения можно разделить на две основные группы.

Одна группа исследователей [3–7] оценивает характер сцепления по величине и распределению взаимных смещений арматуры и бетона. Распределение напряжений $\sigma_{s(x)}$ и τ_x вдоль заделки стержня определяется путем дифференцирования экспериментальных зависимостей (табл. 1.1, п. 1, 3, 6).

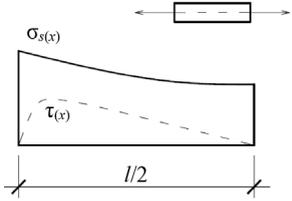
Другая группа исследователей [8–13] для определения характера сцепления использует экспериментальные кривые распределения $\sigma_{s(x)}$ по длине заделки арматурного стержня. Напряжения сцепления τ_x определяются как разность между напряжениями $\sigma_{s(x)}$ в соседних сечениях (табл. 1.1, п. 2, 4, 5, 7).

Таблица 1.1

Зависимости, характеризующие распределение напряжений $\sigma_{s(x)}$ и $\tau_{(x)}$ по длине заделки арматурного стержня в бетоне

№ п/п	Авторы	Распределение $\sigma_{s(x)}$ и $\tau_{(x)}$
1	Бах, Вагтштейн, Я. В. Столяров, С. Е. Фрайфельд, Фриче	

№ п/п	Авторы	Распределение $\sigma_{s(x)}$ и $\tau(x)$
2	Т. Гарай, С. А. Дмитриев, А. Н. Кузнецов, Н. М. Мулин	
3	Н. И. Ахвердов, Л. П. Брис, Хокс, Эванс	
4	Патти, Поуп	
5	В. Гийон, Г. Рем	
6	В. М. Кольнер, В. Куускоски, М. М. Холмянский	

№ п/п	Авторы	Распределение $\sigma_{s(x)}$ и $\tau(x)$
7	В. Н. Байков, О. К. Базоев, А. А. Рахманов	

Большинство авторов [9–17] для всех участков активного сцепления принимают один и тот же закон сцепления. Попытка учета изменения формы напряжений сцепления, которое наблюдалось в опытах, выполненных во ВНИИЖелезобетон под руководством М. М. Холмянского [18–20], приводит к существенным математическим трудностям даже при допущении, что все сечения в пределах участка перераспределения напряжений с арматуры на бетон последовательно проходят одинаковые стадии напряженно-деформированного состояния. Еще более усложняется расчет при попытке учесть изменение закона сцепления для различных сечений участка перераспределения, предложенного А. А. Оатулом [21].

Опыты по изучению сцепления проводятся, как правило, на призматических или цилиндрических образцах, имитирующих то или иное напряженное состояние элемента. Экспериментальные исследования зоны анкеровки в бетоне [8, 22–24] показали, что деформации арматуры и бетона несовместимы по всей длине зоны (рис. 1.2) [22].

Важнейшую роль в раскрытии механизма сцепления арматуры с бетоном сыграли исследования Ю. Гото [25]. В результате тонко проведенных опытов он установил, что в пограничном с арматурой слое бетона образуется система контактных трещин, не выходящих на поверхность образца. Наличие в активной зоне внутренних, невидимых на поверхности трещин существенно повлияло на прежние представления о связи напряжений в арматуре с моментом появления поверхностных трещин. Было выявлено, что депланация сечений происходит главным образом в пределах контактного слоя [3, 26]. В результате проведения обширных исследований установлено, что в зависимости от свойств бетона и арматуры и усилий в арматурном стержне радиус депланации колеблется в пределах 4–5 диаметров арматуры [3, 27, 28].

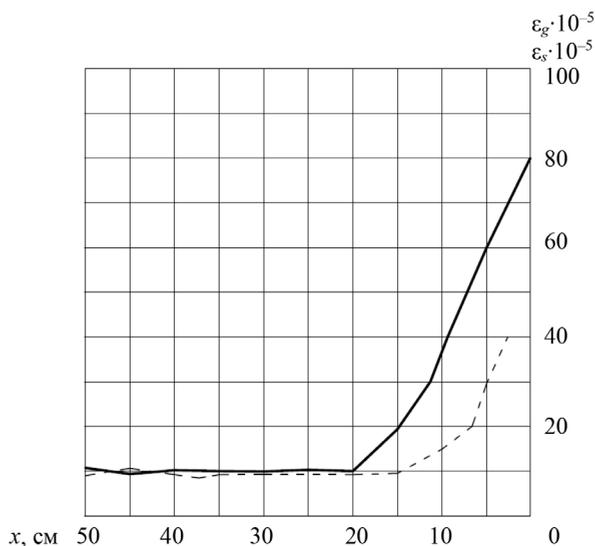


Рис. 1.2. Экспериментальные кривые распределения деформаций по длине зоны анкеровки в арматуре (—) и бетоне (---)

Усилия в контактном слое вызывают в бетоне, окружающем арматуру, сложное напряженное состояние. Его обычно характеризуют величиной и распределением по длине железобетонного элемента касательной τ_x и нормальной P_x , составляющих вектора напряжений, действующих по условно-цилиндрической поверхности контакта между бетоном и арматурой. В случае надежной заделки продольной растянутой арматуры периодического профиля в бетоне надежность связи между арматурой и бетоном зависит в основном от величины и распределения нормальной составляющей вектора напряжения P_x , вызывающей раскалывание бетонной оболочки. Возникновение радиальных трещин и связанная с этим потеря сцепления вызывает значительные смещения арматурного стержня относительно бетона. По данным [27, 29], величина наибольшего смещения арматурного стержня у загруженного конца достигает 0,2–0,4 мм при напряжениях 500–700 МПа.

Зависимость между напряжениями и смещениями позволяет судить о состоянии контакта. На графике зависимости $\sigma_{s0} - \delta$ различают четыре стадии напряженно-деформированного состояния контактной зоны (рис. 1.3) [29]:

- 1-я стадия характеризуется тем, что смещения прямо пропорциональны нагрузке, т. е. имеет место упругая работа контактной зоны по всей длине заделки арматурного стержня;

- 2-я стадия соответствует появлению неупругих деформаций – отклонение графика $\sigma_{s0} - \delta$ от прямой;
- 3-я стадия характеризуется значительными сдвигами между арматурой и бетоном по всей длине призмы, что свидетельствует о распространении неупругих деформаций на всю длину заделки;
- 4-я стадия отвечает разрушению контактной зоны; на этой стадии каждое приращение нагрузки сопровождается скольжением стержня, а угол наклона касательной к кривой стремится к нулю как на загруженном, так и на незагруженном конце стержня.

Измерение продольных и поперечных деформаций бетона показало, что характерные участки примерно совпадают [11]. На 1-й стадии поперечные деформации бетона очень малы и практически близки к нулю.

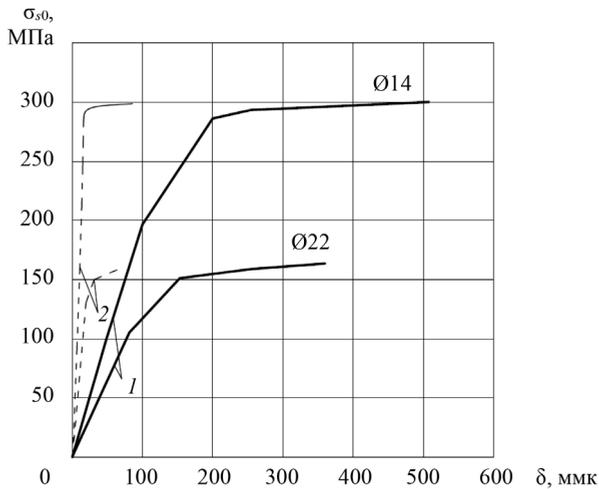


Рис. 1.3. Графики смещений между арматурой и бетоном, полученные при выдергивании арматурного стержня из бетона: 1 – на загруженном торце; 2 – на незагруженном

На 2-й стадии появление неупругих деформаций в контактной зоне вызывает возрастание поперечных деформаций. Резкое возрастание этих деформаций наблюдается на 3-й стадии, когда по всей длине призмы в кольцевом направлении появляются значительные растягивающие напряжения, что в итоге приводит к разрыву призмы в продольном направлении. О моменте появления радиальных трещин можно судить по данным опытов [26]. В момент визуального обнаружения трещин взаимные смещения составляли 115,

90 и 71 мм соответственно при диаметрах арматуры 14, 22, 28 мм, после этого рост контактных напряжений прекращался (участок постоянного сопротивления). В работах [3, 20, 24] исследовалось влияние диаметра арматуры (10–28 мм) и класса бетона (В10 – В30) на величину распора. В результате установлено, что с увеличением диаметра арматуры от 10 до 22 мм распор уменьшается, а при дальнейшем увеличении диаметра до 28 мм возрастает при В10 и уменьшается при В30.

К числу основных недостатков технической теории сцепления следует отнести неполное отражение особенностей развития контактных трещин и раздельный учет τ_x и p_s или вообще неучет p_s .

1.2. Модели напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов

Связь между напряжениями и деформациями является одной из важнейших характеристик в механике деформируемого тела. Наличие диаграммы $\sigma - \epsilon$ позволяет найти распределение напряжений и деформаций по высоте сечения элемента.

Большинство бетонов и прежде всего обычный бетон на портландцементе относятся к конструкционным материалам с отчетливо выраженными неупругими свойствами. Даже при относительно невысоком уровне напряжения, наряду с упругими деформациями, в бетонах низкой и средней прочности проявляются неупругие, доля которых возрастает с ростом напряжений. Искривление диаграммы $\sigma - \epsilon$ обусловливается развитием пластических деформаций, с которыми связывают прежде всего наличие гелевой составляющей в цементном камне и разрушение микроструктуры. В результате происходят разрывы контактов между зернами в кристаллическом сростке.

До появления видимых трещин напряженное состояние определяется последовательно на двух стадиях: первая характеризуется упругой работой бетона по всей высоте сечения, вторая – появлением неупругих деформаций в растянутой зоне, а в некоторых случаях и сжатой (предварительно напряженные элементы). Вторая стадия положена в основу расчета момента трещинообразования.

Расчет по образованию трещин в сечениях, нормальных к продольной оси изгибаемых, растянутых и внецентренно сжатых железобетонных элементов, производится исходя из предпосылок, выдвинутых в свое время В. И. Мурашевым [30]: сечения после деформации остаются плоскими;

наибольшее относительное удлинение крайнего растянутого волокна бетона равно $2R_{bt,ser}/E_b$; для раскрытия статической неопределенности задачи принимается условие равенства деформаций бетона и арматуры в контактной зоне.

Для этой стадии работы исследователи принимают различные диаграммы $\sigma - \epsilon$ (рис. 1.4). Наиболее общими из них, охватывающими все возможные случаи напряженно-деформированного состояния элемента, являются гладкие (рис. 1.4, б, д) и кусочно-линейные (рис. 1.4, а, е). Кусочно-линейная диаграмма (рис. 1.4, е), аппроксимируя реальную диаграмму, с достаточно высокой точностью (сравнима со степенным многочленом шестой степени [31]) позволяет получать более простые решения, чем гладкая.

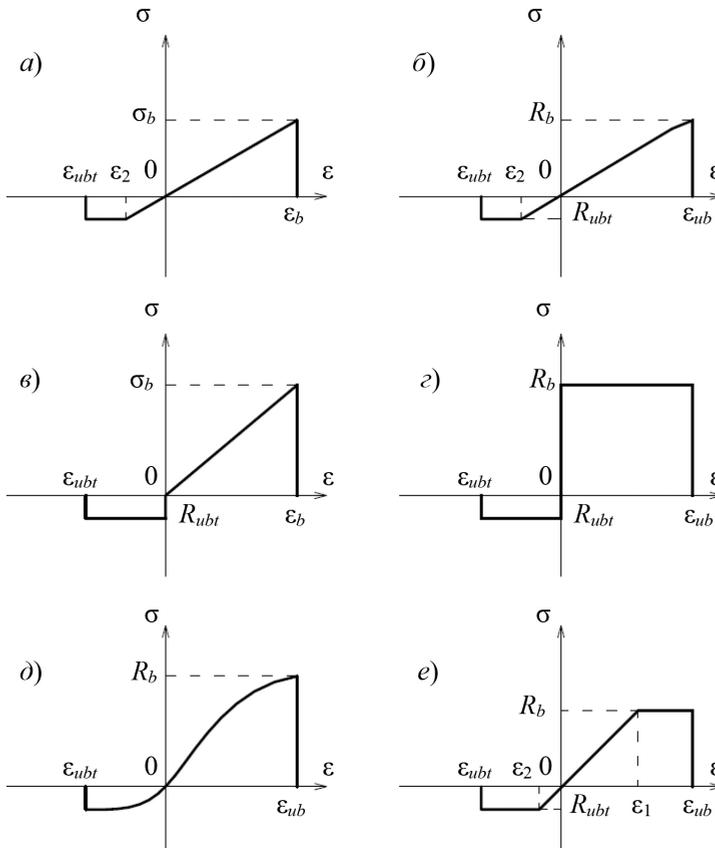


Рис. 1.4. Диаграмма $\sigma - \epsilon$: а – по Консидеру [37]; б – В. Я. Столярову [38]; в – В. И. Мурашеву [30]; г – В. Н. Байкову [32]; д – А. А. Гвоздеву, Л. Н. Зайцеву и В. Д. Чуприну [39]; Н. Н. Попову и Б. С. Расторгуеву [35]; е – Г. П. Яковленко [31]

Условие совместности деформаций арматуры и бетона в каждом сечении элемента позволяет рассматривать его как сплошной, однородный с приведенными характеристиками сечений. Однако исследование контактной зоны арматуры с бетоном показали ограниченность такого подхода и возможность более широкого толкования понятия совместности деформаций (см. формулу (1.1)).

Кроме того, имеется целый ряд конструкций, в которых связь между арматурой и бетоном осуществляется с помощью материала, существенно отличающегося по своим деформационным характеристикам от исходных (преднапряженные балки с натяжением арматуры «на бетон», конструкции с листовой арматурой и т. п.).

Напряженно-деформированное состояние железобетонных элементов с трещинами описывается двумя основными моделями.

Первая модель, предложенная В. И. Мурашевым [30], получила развитие в работах В. Н. Байкова [32] и В. М. Бондаренко [33], А. А. Гвоздева [34], Н. Н. Попова и Б. С. Расторгуева [35], Н. И. Карпенко [36], М. М. Холмянского [18], Г. П. Яковленко [31] и др.

В расчетной модели В. М. Бондаренко [33] деформативность сечений оценивается обобщенно: в сжатой зоне – с помощью интегрального модуля, учитывающего нелинейную работу бетона, температурно-влажностный режим, масштабный фактор; в растянутой зоне – с помощью коэффициента, учитывающего работу бетона между трещинами. При этом разрешающие уравнения остаются линейными с переменными по длине элемента коэффициентами, что позволяет сохранить неизменную форму записи канонических уравнений строительной механики.

В работах М. М. Холмянского [18–20] процесс трещинообразования рассматривается как непрерывный, за критерий образования трещин принимается достижение предельной относительной деформации бетона на растяжение. В расчетную модель входят диаграммы $\sigma - \varepsilon$ бетона и стали на растяжение и сжатие, а также закон сцепления арматуры с бетоном.

Г. П. Яковленко [31], аппроксимируя зависимость $\sigma - \varepsilon$ в бетоне и арматуре в виде обобщенной диаграммы Прандтля, удалось получить достаточно компактную аналитическую зависимость $M - u''$ для двенадцати возможных случаев напряженно-деформируемого состояния железобетонного стержневого элемента. Переход из одной стадии в другую осуществляется плавно, без разрывов функции. Для решения задачи используется гипотеза плоских сечений.

Среди интегральных моделей для расчета железобетонных конструкций с дисперсным армированием (плиты, оболочки) наиболее разработанной в настоящее время является модель Н. И. Карпенко [36]. В ней железобетон рассматривается как сплошной материал, обладающий нелинейными свойствами, анизотропией – начальной и связанной с образованием трещин.

Во второй модели использована дискретная схема образования трещин. П. И. Васильев [40] и Е. Н. Пересыпкин [41] разработали расчет внецентренно нагруженных элементов на основе блочной модели. Значения напряжений, ширины раскрытия и шага трещин получены из численного решения плоской задачи теории упругости.

В. И. Белов [42] реализовал эту модель с учетом сцепления арматуры с бетоном, приняв распределение напряжений сцепления в контактной зоне в простейшей форме (треугольной). При этом решение задачи, как и в предыдущем случае, ограничено рамками упругой работы бетона.

При рассмотрении целого ряда задач, в том числе определения напряженного состояния железобетонных элементов с трещинами, в последнее время получили распространение методы механики разрушения, основоположником которой является А. А. Гриффит [16].

Дж. Ирвин выдвинул идею квазихрупкого разрушения. Условие развития трещин по Ирвину – это достижение коэффициентом интенсивности напряжений K_I некоторого критического значения K_{Ic} .

В настоящее время получены и другие критерии разрушения: модуль сцепления у Г. И. Баренблатта [43], критическое раскрытие трещины у М. Я. Леонова и В. В. Панасюка [44].

Существенный вклад в разработку теоретических моделей образования и развития трещин в железобетонных элементах с позиций механики разрушения внесли работы Ю. В. Зайцева [45], Е. Н. Пересыпкина [41, 46, 47], Л. П. Трапезникова [4] и др.

Отмечая важность этого подхода, позволяющего глубже понять природу образования и развития трещин в железобетоне, необходимо отметить, что широкого практического применения в инженерных расчетах железобетонных конструкций методы механики разрушения пока не получили. Это связано, с одной стороны, со сложностью расчетного аппарата, с другой стороны – с необходимостью накопления статистических данных для достоверной оценки коэффициента K_{Ic} .

1.3. Особенности работы железобетонных элементов с нарушенным сцеплением арматуры с бетоном

Достаточно часто при обследовании зданий и сооружений встречаются конструкции, в которых нарушено сцепление арматуры с бетоном. Изучением конструкций без сцепления арматуры с бетоном занимались многие ученые: В. И. Белов [42, 48, 49], А. А. Вайсфельд [50–52], П. И. Васильев [53–58], В. Н. Деркач [53], С. А. Дмитриев [59, 60], В. З. Захаров [61], Т. И. Кэсккюла [62], Ф. Леонгардт [63, 64], В. И. Новгородский [62], Л. В. Образцов [53, 55–57], Е. Н. Пересыпкин [46, 54, 65], А. А. Прокопович [66], Ю. Г. Решетарь [67], О. А. Рочняк [53, 55–58], О. П. Рысева [68], В. Ю. Сетков [61, 68], Г. М. Спрыгин [51, 52, 67, 69], И. С. Шибанова [61, 68], Ю. А. Шумилкин [61, 68], Н. Н. Яромич [57, 58] и др.

Конструкциями с нарушением сцепления арматуры с бетоном, вызванным влиянием нефтепродуктов, различных температурных воздействий или коррозией арматуры, занимались ученые: Н. М. Васильев [70–72], О. Г. Виноградов [73], Г. И. Горчаков [74], Е. А. Гузеев [74], В. И. Елисеев [75, 76], В. С. Ерофеев [77], Г. С. Жук [78], И. Н. Заславский [78], Л. И. Кошелева [71], В. Д. Лихачев [79], В. М. Медведев [71], Я. А. Мильян [62, 80], В. М. Москвин [81], К. Д. Некрасов [81], С. Е. Никитин [82], Э. Ф. Панюков [83], Ю. П. Линченко [83], А. И. Попеско [84], Л. А. Сейланов [74], С. Я. Хомутченко [79], А. Н. Юдин [85] и многие другие.

В. И. Елисеевым изучалось влияние циклического замораживания-оттаивания на работу ненагруженных и изгибаемых железобетонных элементов при нагрузке $0,61M_p^{on}$ [75]. Исследование развития трещин в растянутой зоне при циклическом замораживании-оттаивании показало, что после первых циклов испытаний нормальные трещины имели тенденцию к закрытию из-за набухания бетона. Однако, как отмечает В. И. Елисеев, процесс разрушения железобетонных балок под нагрузкой при циклическом замораживании-оттаивании происходил при постоянном увеличении ширины раскрытия нормальных трещин. В растянутой зоне бетона при постоянном воздействии циклического замораживания-оттаивания происходили деструктивные процессы, которые влияли на сцепление арматуры с бетоном и приводили к увеличению остаточных деформаций и ширины раскрытия трещин в односторонне армированных нагруженных изгибаемых элементах. Так, при испытании после 30 циклов ширина раскрытия нормальных трещин увеличилась в 1,6 раза. Влияние циклического замораживания-оттаивания на ненагруженные железобетонные элементы выявлено не было.

Подтверждение нарушения сцепления арматуры с бетоном при циклическом влиянии отрицательных температур было получено в работе В. А. Невского и А. Н. Юдина [85]. Исследование проводилось на обычных и предварительно напряженных призмах. По результатам испытаний было установлено, что при определенном числе циклов замораживания и оттаивания может произойти нарушение сцепления арматуры с бетоном.

Влияние нефтепродуктов на сцепление арматуры с бетоном и прочностные характеристики бетона изучалось Н. М. Васильевым [70–72]. Исследования проводились на бетонных кубах с размерами ребер $10 \times 10 \times 10$ см и $14 \times 14 \times 18$ см, армированных как гладкой, так и арматурой периодического профиля диаметрами 6 и 10 мм. После набора прочности образцы пропитывались различными нефтепродуктами (бензин, керосин, минеральные масла и т. д.). Перед погружением образцов в нефтепродукты и во время пропитки образцы испытывались на выдергивание и продавливание арматурных стержней. По результатам испытаний была предложена формула для определения прочности сцепления пропитанного маслом бетона с арматурой периодического профиля:

$$\tau_{\text{сц}}^{\text{м}} = \tau_{\text{сц}}^0 (1 - 0,1t). \quad (1.3)$$

Формула (1.3) применима для конструкций, подвергшихся воздействию минеральных масел в течение 7–8 лет, при более длительном воздействии прочность сцепления предлагается принимать равной одной трети от первоначальной. Обобщая результаты данного исследования, отметим, что снижение сцепления арматуры гладкого профиля с промасленным бетоном составляло от 50 до 70 % и через 1,5–2 года воздействия нефтепродуктов на конструкцию стабилизировалось. При воздействии минеральных масел на образцы с арматурой периодического профиля процесс нарушения сцепления происходит значительно медленнее по сравнению с гладкой арматурой. Стабилизация наблюдается к 6–7 годам, а снижение сцепления достигает 60–70 %. Влияние бензина и керосина на сцепление арматуры с бетоном не наблюдалось, а дизельное топливо снижало сцепление арматуры с бетоном незначительно. Авторы [71] приходят к выводу, что различные минеральные масла одинаково влияют на потерю сцепления арматуры с бетоном, так как все масла одинаково снижают прочностные характеристики бетона.

В. И. Елисеевым изучалось также влияние минеральных масел на прочностные и деформационные характеристики бетона, сцепление промасленного бетона с арматурой, прочность, трещиностойкость и деформативность

изгибаемых железобетонных элементов [75, 76]. Исследования прочности, трещиностойкости и деформативности проводились на балках размерами 150×80×1500 мм. Армирование элементов выполнялось как сварными, так и вязаными каркасами, рабочая арматура всех элементов – два стержня диаметром 10 мм класса А-III. В ходе исследований были получены весьма интересные и противоречивые результаты о влиянии минеральных масел на работу конструкции. Так, в сухих и промасленных балках момент образования трещин был приблизительно одинаковым, но с учетом ухудшения прочностных и увеличения деформационных характеристик, по мнению исследователя, момент образования трещин должен был уменьшиться в элементах, пропитанных минеральным маслом. Ширина раскрытия трещин в элементах, пропитанных минеральным маслом, по сравнению с сухими балками уменьшалась при увеличении расстояния между трещинами в промасленных балках. Также зафиксировано уменьшение прогибов в железобетонных элементах, пропитанных маслом, по сравнению с сухими балками [76].

По результатам экспериментальных исследований в работе [75] было предложено ввести ряд поправочных коэффициентов в формулы СНиП II-V.1–62* по определению моментов образования трещин, шага и ширины их раскрытия и деформативности элементов. Такой подход давал возможность оценить лишь количественно влияние нефтепродуктов на работу железобетонных элементов в стадии стабилизированного трещинообразования и не позволял охватить весь процесс трещинообразования на промежуточных этапах развития трещин.

Одной из наиболее распространенных причин, вызывающих нарушение сцепления арматуры с бетоном, является коррозия арматурных стержней. Были выполнены исследования сцепления арматуры с бетоном на элементах с различной степенью коррозии арматурных стержней [62, 79]. Экспериментальные исследования проводились на кубах размерами граней 70×70 и 100×100 мм, изготовленных из бетона класса В15 с одним центрально расположенным арматурным стержнем диаметром 14 мм из арматуры класса А-III. Ускорение коррозии арматуры осуществлялось с помощью метода электрокоррозии. Образцы исследовались для определения потери массы арматуры на единицу M , сцепления арматуры с бетоном $\tau_{\text{сц}}$ и относительной (по отношению к величине защитного слоя) ширины раскрытия продольных трещин, образовавшихся в результате накопления продуктов коррозии на арматуре. По результатам исследования были предложены формулы для определения сцепления арматуры с бетоном:

$$\tau_{\text{сц}} = 125 + 17,5M + 128K + 70M^2 - 32MK - 19,4K^2; \quad (1.4)$$

$$\tau_{\text{сц}} = 46,8 - 514A. \quad (1.5)$$

Формула (1.5) применяется для элементов с продольной трещиной, возникшей в результате накопления продуктов коррозии. Минимальное значение $\tau_{\text{сц}} = 1,3 \text{ кг/см}^2$, что в 70 раз ниже аналогичной величины для элементов с полностью обеспеченным сцеплением. Минимальному значению касательных напряжений сцепления арматуры с бетоном соответствует всего 7,4 % потери массы арматуры – это говорит о том, что на несущую способность и работу элементов в основном влияет сцепление арматуры с бетоном, а не уменьшение сечения арматурных стержней [62].

Исследование влияния агрессивной среды на Норильском горно-металлургическом комбинате на состояние монолитных железобетонных балок выполнялось авторами работы [61], авторами работы [68] было смоделировано коррозионное разрушение таких конструкций. Исследование выполнялось на балках размерами $1800 \times 220 \times 120 \text{ мм}$ из тяжелого бетона классов В15 и В27,5 с рабочей арматурой диаметром от 6 до 18 мм, классов А-I (А240) и А-III (А400). Толщина и протяженность участка, имитирующего глубину и длину разрушенного участка, варьировалась от 0 до 54 мм и от 100 до 1800 мм соответственно. Участок с искусственным разрушением располагался в середине пролета. В результате исследования были получены данные распределения деформаций по высоте сечения для трех характерных случаев с различным разрушением бетона в растянутой зоне (рис. 1.5) [68].

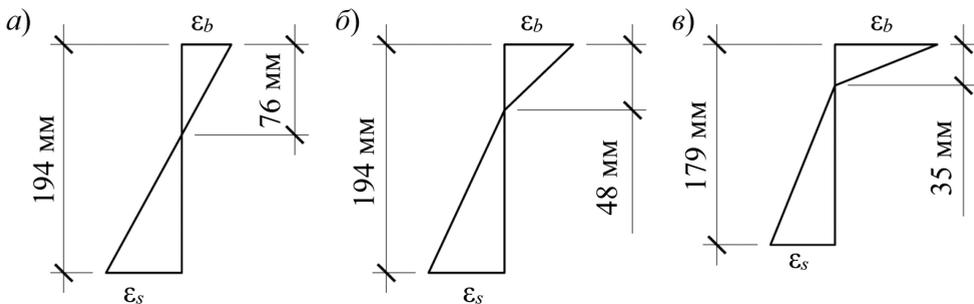


Рис. 1.5. Распределение деформаций по высоте сечения при различных случаях разрушения растянутого бетона: а – бетон растянутой зоны не разрушен; б – бетон разрушен до обнажения арматуры на половину периметра; в – бетон разрушен до обнажения арматуры по всему периметру

В элементах без разрушения растянутого слоя распределение деформаций отвечало гипотезе плоских сечений. Деформации в растянутой арматуре достигали в предельном состоянии $\varepsilon_s = 2,24 \%$, а в бетоне $\varepsilon_b = 1,02 \%$. В элементах с частично разрушенным бетоном в растянутой зоне до обнажения арматуры на половину периметра (рис. 1.5, б) происходит искривление распределения деформаций по высоте сечения, появляется излом по нейтральной оси. Деформации сжатой грани бетона ε_b возрастают более чем вдвое и составляют $2,12 \%$. В элементах с полностью обнаженным арматурным стержнем происходит еще большее искривление распределения деформаций по высоте сечения (рис. 1.5, в), деформации сжатой грани достигают величины $\varepsilon_b = 2,75 \%$ в предельном состоянии, а в растянутой арматуре $\varepsilon_s = 1,6 \%$. Как видно из эпюр распределения деформаций по высоте сечения, в элементах с нарушенным сцеплением в результате агрессивного воздействия внешней среды и разрушения бетона в растянутой зоне происходит изменение напряженно-деформированного состояния. В результате отмечаются увеличение прогибов элемента и уменьшение несущей способности.

Большинство исследований конструкций с необеспеченным сцеплением арматуры с бетоном, проводившихся за рубежом и в СССР, относилось к исследованию предварительно напряженных железобетонных элементов.

В СССР к одним из первых исследований таких конструкций относятся работы С. А. Дмитриева [59, 60]. При анализе влияния сцепления было отмечено, что в балках с пониженным сцеплением наблюдалось увеличение деформативности конструкций и разрушение сопровождалось значительным раскрытием трещин. Сжатая зона бетона разрушалась раньше разрыва арматуры, в то же время в балках с обеспеченным сцеплением разрушение происходило от разрыва арматуры. В работе [59] отмечается: если в зоне действия постоянного момента или по всей длине балки заранее нарушить сцепление арматуры с бетоном, то увеличивается шаг трещин, а их число уменьшается. Удлинения суммируются с большего участка арматуры, раскрытие трещин резко возрастает, а высота сжатой зоны уменьшается.

В 1950 г. в Германии были проведены испытания коробчатых элементов для строительства предварительно напряженного железобетонного моста в Хайльбронне [64]. Исследовались элементы со сцеплением и без сцепления арматуры с бетоном. В конструкциях без сцепления арматура укладывалась в каналы, а в конструкциях со сцеплением – в открытые пазы на боковой поверхности элемента. Каналы инъецировались раствором. В результате испы-

тания было выявлено, что двум одинаковым конструкциям соответствовали различные картины трещинообразования (рис. 1.6) [64].

В элементах с обеспеченным сцеплением арматуры с бетоном образовалось множество трещин со средним шагом 370 мм (рис. 1.6, а). В элементах без сцепления образовалось меньшее количество трещин на расстоянии 1,2–1,6 высоты сечения. Из-за недостаточного сцепления трещины раскрывались больше и имели большую высоту, чем при обеспеченном сцеплении. Нейтральная ось перемещалась вверх, деформации в бетоне сжатой зоны в сечении с трещиной резко возрастали, в то время как деформации в растянутой напрягаемой арматуре оставались без изменения (рис. 1.6, б).

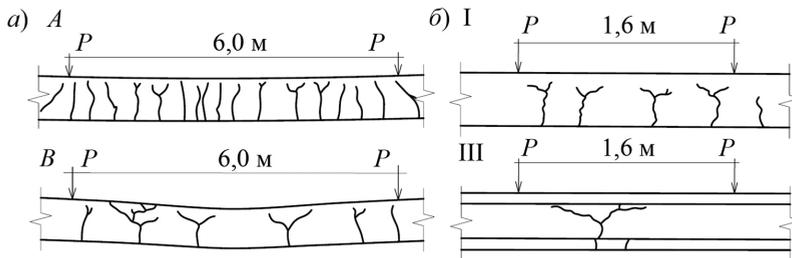


Рис. 1.6. Характер трещинообразования в конструкциях с обеспеченным и нарушенным сцеплением: а – железобетонный мост; б – эксперимент Х. Троста

Ф. Леонгардт, изучая работу таких конструкций, отмечал, что в элементах с отсутствующим сцеплением повышение напряжения в арматуре в сечении с трещиной распространяется на всю длину арматурного стержня, если оно не уменьшается за счет трения [63]. Увеличение напряжений в арматуре по всей длине приводит к большим удлинениям и быстрому раскрытию трещин. Рядом с первой трещиной в области действия моментов возникает еще несколько трещин с большим расстоянием между ними, чем высота балки. Нейтральная ось быстро смещается кверху и уменьшает сжатую зону бетона, в отличие от балок с обеспеченным сцеплением, в которых трещины медленно распространяются в глубь сечения балки. Соответственно медленно поднимается и нейтральная ось.

С. М. Крылов также отмечал, что при отсутствии сцепления сжатая зона бетона из-за большого раскрытия трещин работает в более тяжелых условиях [86].

Эксперименты с балками, армированными напрягаемой арматурой диаметром 26 мм и двумя диаметрами 6 мм, были проведены Х. Тростом

в 1975 г. [63]. В двутавровых балках при появлении первых трещин ширина раскрытия некоторых из них достигала 0,8 мм. Имея опытные значения деформаций арматуры с учетом указанной ширины раскрытия трещин, исследователь определил, что сцепление напрягаемой арматуры с бетоном при появлении первых трещин уже было нарушено на участке длиной, равной примерно 1 м, и напряжения в конструктивной арматуре превышали предел текучести. При анализе экспериментальных данных были сделаны выводы о том, что необеспеченное сцепление при малом числе арматурных элементов приводит к слабой трещиностойкости конструкций и снижению их несущей способности [63].

Комплексные исследования железобетонных элементов с нарушенным сцеплением проводились в ДальНИИС под руководством Г. М. Спрыгина [51, 52, 67, 69]. Исследования показали, что работа железобетонных элементов без сцепления и с обеспеченным сцеплением арматуры с бетоном до образования трещин практически не отличается. В элементах с нарушением сцепления наблюдается уменьшение момента образования трещин, и на участке между двумя силами, как правило, возникает одна или несколько трещин. При нагрузке $0,5 \div 0,6 M_{\text{разр}}$ трещины начинают ветвиться и меняют направление, переходя в горизонтальные и выделяя сжатую зону бетона. По сравнению с балками с обеспеченным сцеплением арматуры с бетоном в элементах с нарушенным сцеплением при одинаковых уровнях нагрузки происходит увеличение деформаций сжатого бетона над трещиной (рис. 1.7) (что и определяет более раннее появление пластических деформаций сжатого бетона) и кривизны в сечении над трещиной [67].

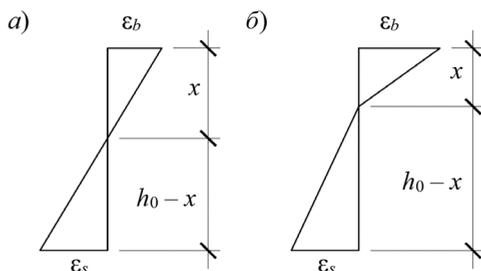


Рис. 1.7. Схема распределения деформаций в сечении с трещиной: а – для элементов с обеспеченным сцеплением; б – для элементов с нарушенным сцеплением

А. А. Вайсфельд отмечал увеличение неравномерности деформаций в наиболее сжатом волокне бетона в зависимости от длины участка нару-

шенного сцепления [50]. На основании экспериментальных данных коэффициент ψ_b для элементов с нарушенным сцеплением изменяется в диапазоне 0,23–0,91.

В исследованиях, выполненных при участии П. И. Васильева, изучались несущая способность, жесткость и процесс развития трещин в предварительно напряженных балках, не имеющих сцепления арматуры с бетоном по всему пролету [53–58]. Варьируемыми параметрами при испытаниях были степень предварительного напряжения арматуры, процент армирования, размеры и форма сечения, схема приложения нагрузки.

Результаты экспериментальных исследований показали влияние степени предварительного напряжения на высоту ветвления нормальных трещин. Так, при $\sigma_{sp} / \sigma_{0,2} = 0$ ветвление происходило на высоте $0,8h_0$; при $\sigma_{sp} / \sigma_{0,2} = 0,2$ и $\sigma_{sp} / \sigma_{0,2} = 0,4$ на высоте $0,7h_0$; при $\sigma_{sp} / \sigma_{0,2} = 0,6$ и $\sigma_{sp} / \sigma_{0,2} = 0,8$ на высоте $0,5h_0 - 0,55h_0$ (рис. 1.8) [55].

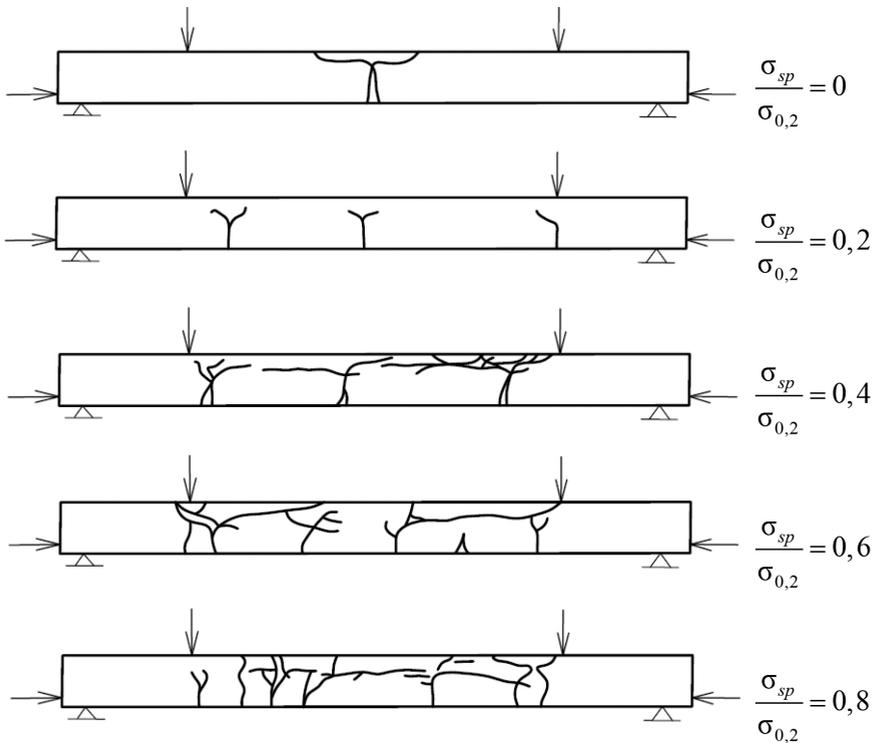


Рис. 1.8. Схема трещинообразования балок без сцепления арматуры с бетоном с различным уровнем предварительного напряжения

Момент ветвления горизонтальных трещин П. И. Васильев и Е. В. Пересыпкин предлагали определять с привлечением методов механики разрушения [54, 65]:

$$M = \frac{K_{Ic} b h_0^{3/2}}{f(s/h_0)}, \quad (1.6)$$

где K_{Ic} – коэффициент интенсивности напряжений в вершине нормальной трещины; $f(s/h_0)$ – функция глубины распространения трещины.

В. И. Белов, исследуя работу балок во второй стадии напряженно-деформированного состояния на основании блочной модели и анализируя полученные расчетные зависимости, приходит к выводу о том, что при равных изгибающем моменте, коэффициенте армирования и размерах поперечного сечения с увеличением длины блока растут напряжения в сжатом бетоне в сечении над трещиной, ширина раскрытия и глубина проникновения трещины [42, 48, 49].

С. Е. Никитин на основании блочной модели рассматривал работу железобетонных элементов с коррозионными повреждениями арматуры и бетона [82].

Методы расчета конструкций с нарушенным и отсутствующим сцеплением, основанные на блочной модели [53–58, 82], имели несомненные преимущества. Блочная модель позволяла связать между собой такие параметры, как шаг и ширина раскрытия трещин с напряжениями в сжатой зоне бетона, но на основании данного подхода рассматривалась уже II стадия напряженно-деформированного состояния железобетонного элемента, когда в изгибаемом элементе формировалась система трещин. Подход, основанный на блочной модели, не позволял оценить работу на всех стадиях и описать процесс развития нормальных трещин в зависимости от дискретного расположения участков с нарушенным или отсутствующим сцеплением. На основании блочной модели решались задачи по определению несущей способности и деформативности элементов с нарушенным сцеплением арматуры с бетоном и не уделялось должного внимания процессу развития трещин.

Одной из последних работ, посвященных оценке напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций с частичным или полным отсутствием сцепления арматуры с бетоном, является труд А. А. Прокоповича [66]. Экспериментальные исследования проводились на балках длиной 2000 мм, имеющих в зоне чистого изгиба тавровую форму с полками в растянутой зоне. Нарушение сцепления достигалось за счет обмазки арма-

турных стержней пластилином на различной длине периметра стержня (1/2, 1/3 длины окружности и полностью на всю длину окружности). Участки нарушенного сцепления располагались в зоне чистого изгиба и на всем пролете балки. Процент армирования балок составлял от 0,9 до 3,7 %.

Влияния частичного нарушения сцепления на момент образования трещин не наблюдалось, а в образцах с полностью нарушенным сцеплением в зоне чистого изгиба нагрузка трещинообразования снизилась на 25 %. Расстояние между трещинами в балках с нарушенным сцеплением составляло 12 см, а в балках с отсутствующим – 36 см, в то время как в балках с обеспеченным сцеплением оно равнялось 9 см. Максимальная ширина раскрытия трещин в элементах с нарушенным сцеплением в момент разрушения достигала 2 мм. Прогибы образцов с полностью нарушенным сцеплением в зоне чистого изгиба превышали на 25 % прогибы эталонных образцов, в образцах с частично нарушенным сцеплением прогибы были близки по величине к прогибам эталонных балок. Момент образования трещин в образцах с отсутствующим сцеплением по всему пролету оказался на 20–40 % ниже, чем в эталонных образцах. Максимальная ширина раскрытия нормальных трещин в образцах с полностью нарушенным сцеплением в среднем увеличилась в 9 раз. Было установлено, что прогиб в образцах с полностью отсутствующим сцеплением зависит от процента армирования: так, при проценте армирования 0,9 % прогиб увеличивался в 2 раза, а при 3,7 % – в 1,2 раза.

Систематизировав многочисленные экспериментальные данные, А. А. Прокопович выделяет пять типов трещин, которые образуются в изгибаемых железобетонных элементах при различных условиях сцепления арматуры с бетоном (рис. 1.9), и заостряет внимание на том, что в большинстве случаев разрушение элемента происходит в зоне влияния первой образовавшейся трещины [66].

Для оценки условий сцепления арматуры с бетоном А. А. Прокоповичем был предложен коэффициент χ (относительная прочность сцепления), который определяется как отношение прочности сцепления при нарушенном или отсутствующем сцеплении арматуры с бетоном к прочности обеспеченного сцепления. Проанализировав многочисленные работы по оценке нарушенного сцепления, вызванного различными факторами, такими как влияние нефтепродуктов, разного рода температурные деформации, коррозия арматурного стержня и механические повреждения защитного слоя бетона, автор [66] приводит значения параметра χ для различных видов дефектов сцепления арматуры с бетоном.

В работе А. А. Прокоповича решена задача по расчету прочности элементов с нарушенным или отсутствующим сцеплением обычной и предварительно напряженной арматуры, учтено влияние различных видов трещин на несущую способность железобетонного элемента (рис. 1.9) [66].

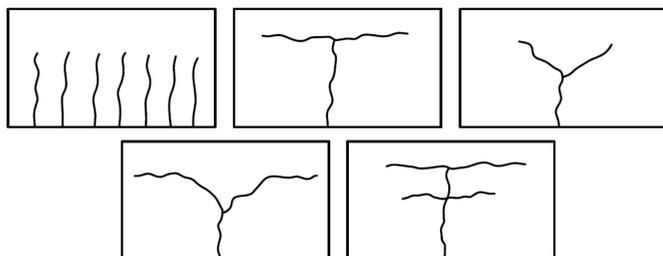


Рис. 1.9. Типы трещин в изгибаемых элементах при различных условиях сцепления арматуры с бетоном

1.4. Методы расчета ширины раскрытия нормальных трещин

На сегодняшний день все предложения по расчету ширины раскрытия трещин можно разделить на две большие группы.

К первой группе относятся предложения, основанные на гипотезе Ф. Г. Томаса, в основу которой положена связь между шириной раскрытия трещин и взаимным смещением арматуры и бетона [87]. Во всех работах данной группы ширина раскрытия трещин определяется как разность относительных деформаций, накопленных с расстояния между двумя смежными трещинами. Для решения этой задачи многие авторы прибегали к использованию различных методик оценки сцепления арматуры с бетоном. В эту группу входят исследования В. И. Мурашева [30], О. Я. Берга [88, 89], Г. А. Молодченко [13], М. Я. Штаермана [90], А. Н. Кузнецова [91], А. А. Бабаяна [92], Л. М. Городецкого [12, 93], В. Н. Скотынского [93], М. М. Холмянского [94], А. А. Оатула [27], Г. Н. Шоршнева [95] и др. Ко второй группе относятся предложения, основанные на статистической обработке и анализе многочисленных опытов различных авторов. Большинство исследований, относящихся к этой группе, принадлежит таким зарубежным ученым, как И. Хогнестад [96], У. Е. Е. Бьюггрен [97], Л. П. Брис [15], Б. Б. Бромс [98], А. П. Кларк [29], В. Куускоски [99] и др.

Наиболее широкое применение в нашей стране получил метод расчета ширины раскрытия трещин, основанный на работе В. И. Мурашева [30]:

$$a_{crc} = \psi_s \frac{\sigma_s}{E_s} l_{crc}. \quad (1.7)$$

Шаг трещин предлагается определять из предпосылки, что новая трещина образуется в сечении, удаленном от первой на расстояние l_{crc} , достаточное для увеличения напряжений в бетоне от нуля у берегов трещины до величины R_{bt} . На основании этого ширина раскрытия трещин определяется по следующей формуле:

$$l_{crc} = \left(\frac{W_{pl}}{\alpha W_s} - 1 \right) \alpha \frac{u R_{bt}}{\mu \omega \tau}. \quad (1.8)$$

Коэффициент, учитывающий работу растянутого бетона между трещинами (ψ_s), определяется как отношение средних деформаций растянутой арматуры на участке между трещинами к деформациям арматуры в сечении с трещинами:

$$\psi_s = 1 - \frac{2}{3} \frac{\sigma_s - n'_p R_{bt,ser} \left(1 + \frac{1-\gamma}{4\mu n} \right)}{\sigma_s}. \quad (1.9)$$

Исследования Н. В. Никитина и Я. М. Немировского [82, 100] позволили упростить формулу определения коэффициента ψ_s :

$$\psi_s = 1 - \omega \frac{M_b}{M}, \quad (1.10)$$

где ω – коэффициент полноты эпюры моментов, воспринимаемых бетоном между трещинами; M_b – момент, воспринимаемый бетонным сечением элемента в середине между трещинами.

Параметры ω и M_b не являются постоянными и зависят от множества факторов, поэтому их определение вызывало трудности. На основании результатов исследований Я. М. Немировский [100] предложил величину M_b , заменить моментом, воспринимаемым сечением непосредственно перед появлением трещины M_{bt} , и формула приняла следующий вид:

$$\psi_s = 1 - \omega \chi \frac{M_{bt}}{M}, \quad (1.11)$$

где $\chi = \frac{M_b}{M_{bt}}$.

А. А. Гвоздев, совершенствуя метод расчета В. И. Мурашева [30] для необходимости согласования опытных и расчетных данных, скорректировал формулу для определения ψ_s [101]:

$$\psi_s = 1,3 - S \frac{M_{bl}}{M}, \quad (1.12)$$

где S – коэффициент, зависящий от профиля арматуры и длительности действия нагрузки.

В СНиП II-V.1–62* [101] формула (1.8) вошла в виде

$$l_{crc} = \left(\frac{W_T}{F_a z_1 n} - 2 \right) \alpha \frac{F_a}{s} \eta, \quad (1.13)$$

где η – коэффициент, зависящий от вида продольной растянутой арматуры и принимаемый для гладких горячекатаных стержней равным 1,0, для стержней периодического профиля – 0,7, для арматурной проволоки, применяемой в каркасах, – 1,25.

В. И. Елисеев, изучая изменение характеристик бетона, сцепление арматуры с бетоном и работу балок, пропитанных отработанным минеральным маслом, предлагал в конструкциях с нарушенным сцеплением от воздействия минеральных масел определять шаг трещин по формуле (1.13), но со следующими поправками [76]:

$$\eta_{\text{масл}} = \frac{R_{bl}^{\text{масл}}}{\tau_{\text{ср.сц}}^{\text{масл}}} = \frac{0,8 R_{bl}^{\text{сух}}}{0,6 \tau_{\text{ср.сц}}^{\text{сух}}} = 1,33 \eta^{\text{сух}}. \quad (1.14)$$

Следовательно, принимая во внимание снижение прочности бетона при растяжении и потерю сцепления арматуры с бетоном в результате воздействия минеральных масел, В. И. Елисеев учитывает увеличение шага трещин в таких конструкциях.

Г. А. Молодченко величину ωt предлагал принимать переменной в зависимости от напряжений в арматуре [13]:

$$l_{crc}^{\text{ср}} = 1,115 \frac{A_b}{s} \frac{(0,5 + 12,5\mu) \sigma_s (\sigma_s - 0,65\sigma_{s2})}{\sigma_s^2 - 0,95\sigma_{s2}^2}. \quad (1.15)$$

Коэффициент ψ_s предложено определять по формуле

$$\psi_s = 1 - \left(1 + n'_p \mu\right) \frac{N_{b,crc} N_{crc}}{N^2}. \quad (1.16)$$

Использование формул (1.15) и (1.16) в выражении (1.7), по мнению Г. А. Молодченко, позволяет рассматривать не только процесс стабилизированного трещинообразования, но и стадию последовательного образования трещин.

В исследовании М. М. Холмянского [94] ширину раскрытия трещин предлагается определять по формуле, основанной на нормальном законе сцепления:

$$a_{crc,max} = g_1 + \frac{1}{\alpha} \left(e^{\frac{E_s \varepsilon_s}{K}} - 1 \right), \quad (1.17)$$

где K и α – параметры сцепления.

В работе А. А. Веселова [10] ширину раскрытия трещин предлагается рассчитывать по формуле

$$a_{crc} = 2 \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \frac{thm \frac{l_{crc}}{2}}{m}, \quad (1.18)$$

где m – параметр сцепления, который определяется по выражению

$$m = \sqrt{\frac{\beta E_s A_s f k}{A_s S_s S_{b1} \left(\lambda_s + \lambda_b \frac{E_{s,v}}{E_{b,v}} \cdot \frac{S_b}{S_s} \right)}}. \quad (1.19)$$

В формулу параметра сцепления входят такие характеристики, как проекция боковой поверхности выступа f , высота бетонных S_{b1} и арматурных выступов S_s в месте сопряжения материалов по контакту, деформационные характеристики бетона и арматуры и коэффициенты λ_s , λ_b , зависящие от геометрии арматуры, наличия или отсутствия кольцевых трещин и возможных дефектов бетонных выступов.

Расстояние между трещинами рассчитывается по формулам:

1) для изгибаемых элементов

$$l_{crc} = \frac{2N_{crc,b} \cdot S_{b1} k_1 E_b}{R_{bt,ser} E_s A_s} \cdot \frac{h-x}{h-x-a_s}; \quad (1.20)$$

2) для центрально растянутых элементов

$$l_{crc} = \frac{2N_{crc,b} \cdot S_{b1} k_1 E_b}{R_{bt,ser} E_s A_s}. \quad (1.21)$$

Несомненным преимуществом работы [10] является возможность определения всех характеристик, входящих в зависимости без привлечения эмпирических параметров, определенных на основании экспериментальных данных.

Другой подход к оценке ширины раскрытия трещин предложен О. Я. Бергом [88], который считает, что при оценке ширины раскрытия трещин существенное значение имеет зона взаимодействия арматуры с бетоном. Характеристикой этой зоны является величина R_a – радиус армирования, – она входит в формулу для определения средних расстояний между трещинами \bar{l} :

$$\bar{l} = \frac{0,16R_a(1-\mu)}{\left(0,7 - 0,085 \ln \frac{1000}{R_a}\right)}. \quad (1.22)$$

Ширину раскрытия трещин предлагается определять по следующей зависимости:

$$a_{crc} = \bar{l} (\psi_1 \sigma_a + \psi_2 \varepsilon_y + \psi_3 \varepsilon_n), \quad (1.23)$$

где ψ_1 – функциональная зависимость по времени от величины σ_a ; ψ_2 и ψ_3 – функциональная зависимость по времени соответственно от усадки ε_y и ε_n в сжатой зоне конструкции.

Формула, основанная на подходе О. Я. Берга, вошла в нормативный документ СН 365–67 в следующем виде:

$$a_{crc} = 3 \frac{\sigma_a}{E_a} \psi_2 \sqrt{R_a}, \quad (1.24)$$

радиус армирования определяется по формуле

$$R_a = \frac{A_r}{\beta(n_1 d_1 + n_2 d_2 + \dots + n_i d_i)}, \quad (1.25)$$

где A_r – площадь зоны взаимодействия; n_i – число стержней в сечении, имеющих диаметр d_i ; β – коэффициент, учитывающий расположение арматуры в пучках стержней.

В нормах проектирования железобетонных конструкций СНиП II-21-75 и СНиП 2.03.01-84 [102] была принята полуэмпирическая зависимость для определения ширины раскрытия трещин, предложенная Ю. П. Гущей и В. М. Мулиным:

$$a_{crc} = kc_{д} \eta \frac{\sigma_a}{E_a} 20(3,5 - 100\mu) \sqrt[3]{d}. \quad (1.26)$$

Формула была получена на основе широкого анализа экспериментальных данных различных авторов по результатам испытаний более 250 образцов.

В нормативном документе СНиП 52-01-2003 [103] и его актуализированной редакции СП 63.13330.2018 [104] расчет ширины раскрытия трещин рекомендуется выполнять по формуле

$$a_{crc} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \psi_s \frac{\sigma_s}{E_s} l_s. \quad (1.27)$$

Базовое расстояние между трещинами предлагается определять по формуле без учета влияния вида поверхности арматуры:

$$l_s = 0,5 \frac{A_{bt}}{A_s} d_s, \quad (1.28)$$

при этом изменение l_s ограничено в пределах от $10d_s$ или 10 см и не более $40d_s$ или 40 см.

Коэффициент ψ_s предлагается определять по формулам:

$$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{\sigma_{s,crc}}{\sigma_s} \text{ или } \psi_s = 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M}. \quad (1.29)$$

В работе [105] приведен детальный анализ расчета ширины раскрытия трещин по методике нормативных документов [103, 104]. Уделено внимание

тому, что в рамках одного нормативного документа величины $\sigma_{s,cre}$ и σ_s допускается определять по различным формулам, что приводит к 24 возможным вариантам расчета a_{cre} , и разброс результатов расчета по формуле превышает 50 %.

В кодексе образце ЕКБ/ФИП (СЕВ/FIP), который представляет собой основу для разработки национальных норм, ширину раскрытия трещин предлагается определять следующим образом [106]:

$$\omega_k = 1,7\varepsilon_{sm} S_{rm}. \quad (1.30)$$

Среднее расстояние между трещинами для стадии стабилизированного трещинообразования

$$S_{r,max} = 2 \left(c + \frac{S}{10} \right) + \frac{k_1 k_2 d}{\rho_{eff}}, \quad (1.31)$$

где c – защитный слой бетона; S – расстояние между стержнями; k_1 – коэффициент, учитывающий сцепление арматуры с бетоном; k_2 – коэффициент, зависящий от способа приложения нагрузки; ρ_{eff} – эффективный процент армирования.

В европейские нормы EN 1992-1-1 [107] формула (1.30) вошла с незначительными поправками:

$$\omega_k = S_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}). \quad (1.32)$$

Ширина раскрытия трещин, вычисленная по формуле (1.32) для стадии стабилизированного процесса трещинообразования, дает значения с 5%-ной вероятностью превышения.

Максимальное расстояние между трещинами определяется по формуле

$$S_{r,max} = 3,4c + 0,425 \frac{k_1 k_2 d}{\rho_{eff}}. \quad (1.33)$$

Для элементов, у которых отсутствует сцепление арматуры с бетоном или расстояние между стержнями превышает $5(c - d/2)$, максимальную ширину раскрытия трещин предлагается определять по формуле

$$S_{r,max} = 1,3(h - x), \quad (1.34)$$

где h – высота сечения; x – высота сжатой зоны.

Аналогичная формула с небольшими корректировками используется и в нормативном документе Республики Беларусь СНБ 5.03.01–02 для расчета железобетонных конструкций.

Американский институт бетона в нормативном документе ACI 318–11 [108] рекомендует ширину раскрытия трещин определять по формуле

$$\omega = 0,076 \frac{h_2}{h_1} \sigma_s \sqrt[3]{\frac{d_c A_{bt}}{n}}, \quad (1.35)$$

где d_c – защитный слой бетона; A_{bt} – площадь растянутого бетона, окружающего арматурные стержни; n – количество арматурных стержней; h_2 – расстояние от нижней растянутой грани до нейтральной оси; h_1 – расстояние от центра тяжести растянутой арматуры до нейтральной оси.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АРМАТУРЫ С БЕТОНОМ

2.1. Расчетная модель. Исходные предпосылки и уравнения

Предположение о том, что образованию видимых трещин предшествует интенсивный процесс микротрещинообразования в пограничном с арматурой слое бетона, высказанное в свое время рядом исследователей [8, 12, 13, 34, 109, 110], получило убедительное подтверждение в экспериментальных работах [22, 25]. К. А. Мальцов, анализируя опыты, выполненные им совместно с П. И. Васильевым, писал: «Бетон с развившимся микротрещинообразованием способен до появления видимых трещин деформироваться на величину, во много раз превышающую предельную растяжимость, и в то же время не теряет полностью сопротивляемость растягивающим усилиям» [111]. Опыты Ю. Гото наглядно подтвердили это предположение (рис. 2.1) [25].

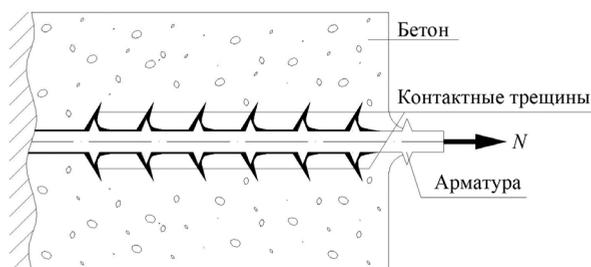


Рис. 2.1. Схема деформаций растянутого бетона в зоне контакта с арматурой по данным экспериментов Ю. Гото

Принимаем модель «бетон – контактный слой – арматура», рассматривая железобетонный элемент как составной стержень, ветвями которого явля-

ются арматура и бетон. Ветви соединены между собой связями сдвига – это контактный слой бетона (рис. 2.2).

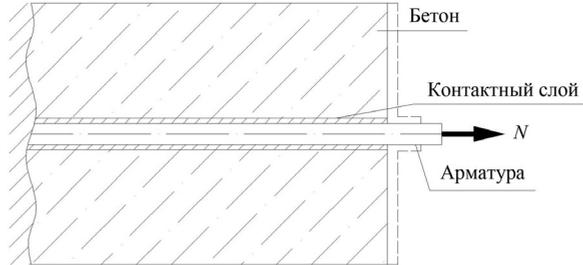


Рис. 2.2. Расчетная модель железобетонного элемента

Для решения задачи используем следующие исходные предпосылки:

- взаимные смещения между ветвями (арматурой и бетоном) составного стержня происходят по центру тяжести арматуры;
- для бетонной ветви полагаем справедливой гипотезу Бернулли, считая, что взаимные смещения имеют место в пределах контактного слоя;
- изгибной жесткостью арматуры пренебрегаем;
- в первом приближении полагаем, что ветви деформируются упруго.

Записываем исходное выражение, связывающее относительные деформации арматуры и бетона на контакте:

$$\varepsilon_s - \varepsilon_{sv} = \varepsilon_{bt}, \quad (2.1)$$

где ε_s , ε_{sv} и ε_{bt} – соответственно относительные деформации арматуры, связей сдвига (в дальнейшем будем использовать понятия «связи сдвига» и «контактный слой» как равнозначные) и бетона (на уровне арматуры).

При действии на железобетонный стержневой элемент внешней нагрузки (M, N) в контактной зоне возникает усилие, включающее благодаря сцеплению арматуру в работу. Принимаем в качестве основной системы стержень, лишенный связей сдвига, заменяя отброшенные связи реакциями (S).

Выражая ε_s , ε_{sv} и ε_{bt} через соответствующие усилия и рассматривая S как внешнее усилие по отношению к ветвям стержня, получаем

$$\begin{cases} \varepsilon_s = \frac{S}{E_s A_s}; \quad \varepsilon_{sv} = \frac{S''}{G}; \\ \varepsilon_{bt} = -\left(\frac{S}{E_b A} + \frac{S m_0^2}{B} \pm \frac{N}{E_b A} - \frac{M \pm Ne}{B} m_0 \right). \end{cases} \quad (2.2)$$

Подставляем (2.2) в (2.1):

$$\frac{S''}{G} = \gamma S + \Delta, \quad (2.3)$$

где $\gamma = \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_b A} + \frac{m_0^2}{B}$; $\Delta = \pm \frac{N}{E_b A} - \frac{M - Ne}{B} m_0$; E_s и A_s – соответственно модуль упругости и площадь сечения арматуры; E_b и A – то же, бетона; B – изгибная жесткость сечения бетона; G – модуль деформации сцепления; m_0 – расстояние между центрами тяжести ветвей; e – эксцентриситет приложения силы N .

Решения дифференциального уравнения (2.3) известно [112]:

$$\begin{cases} S = C_1 sh\lambda x + C_2 ch\lambda x + \frac{G}{\lambda} \int_0^x \Delta(\xi) sh\lambda(x - \xi) d\xi; \\ S' = \lambda \left[C_1 ch\lambda x + C_2 sh\lambda x + \frac{G}{\lambda} \int_0^x \Delta(\xi) ch\lambda(x - \xi) d\xi \right]; \\ S'' = \lambda^2 \left[C_1 sh\lambda x + C_2 ch\lambda x + \frac{G}{\lambda} \int_0^x \Delta(\xi) sh\lambda(x - \xi) d\xi \right], \end{cases} \quad (2.4)$$

где $\lambda = \sqrt{G\gamma}$; ξ – вспомогательная переменная.

2.2. Работа контактного слоя в упругой стадии

Совершенствование методов расчета трещинообразования железобетонных конструкций требует дальнейшего изучения механического взаимодействия арматуры и бетона, обусловленного силами сцепления.

Исследования сцепления арматуры с бетоном проводятся, как правило, на призматических или цилиндрических образцах. Передачей усилия (через арматуру на бетон или наоборот) моделируются различные случаи работы железобетонных элементов.

Наиболее характерные случаи нагружения элементов рассмотрены в табл. 2.1. Загружение, наиболее часто встречающееся при исследовании анкеровки арматуры в бетоне, показано в табл. 2.1, п. 4.

Решения уравнений (2.4) для этого случая принимают вид

$$\begin{cases} S = C_1 sh\lambda x + C_2 ch\lambda x - \frac{\Delta}{\gamma}; \\ S' = \lambda(C_1 ch\lambda x + C_2 sh\lambda x); \\ S'' = \lambda^2(C_1 sh\lambda x + C_2 ch\lambda x), \end{cases} \quad (2.5)$$

где $\alpha = \frac{E_s}{E_b} \cdot \frac{A_s}{A}$; $\Delta = -\left(\frac{N}{E_s A_s} + \frac{N}{E_b A}\right) = -N\gamma$; $\gamma = \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_b A} = \frac{1+\alpha}{E_s A_s}$.

Принимая начало координат в месте приложения нагрузки N , определим произвольные постоянные C_1 и C_2 из граничных условий на торцах элемента:

$$S_{x=0} = 0; \quad S_{x=l} = N. \quad (2.6)$$

После подстановки найденных значений в (2.5) и выполнения соответствующих преобразований определяем ε_s , ε_b и τ_x :

$$\begin{cases} \varepsilon_s = \frac{N-S}{E_s A_s} = \frac{N}{E_s A_s} (ch\lambda x - cth\lambda l sh\lambda x); \\ \varepsilon_b = \frac{-N+S}{E_b A} = \frac{N}{E_b A} (cth\lambda l sh\lambda x - ch\lambda x); \\ \tau_x = \frac{\lambda N}{S_p} (sh\lambda x - cth\lambda l ch\lambda x), \end{cases} \quad (2.7)$$

где S_p – периметр арматуры.

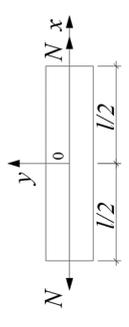
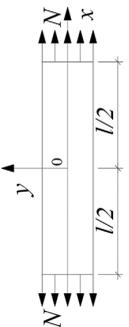
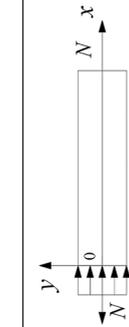
Формулы для определения ε_s , ε_b и τ_x в других случаях загрузки, полученные аналогичным образом, приведены в табл. 2.1. Распределение относительных деформаций в арматуре и бетоне, а также касательных напряжений показано на рис. 2.3 и 2.4. При падении контактного сопротивления λ происходит перераспределение усилий между бетоном и арматурой (пунктирная линия). Например, для схемы загрузки стержня, при которой усилие на бетон передается через арматуру (рис. 2.3, 1), падение контактного сопротивления приводит к выравниванию деформаций по длине арматурного стержня ($\lambda \rightarrow 0$; $\varepsilon_{s_{x=0}} \rightarrow \varepsilon_{s_{x=l/2}}$).

При упругой работе связей сдвига взаимные смещения пропорциональны касательным усилиям:

$$\delta = \frac{\tau S_p}{G}. \quad (2.8)$$

Таблица 2.1

Определение ε_s , $\varepsilon_{bt(b)}$ и τ_x

№ п/п	Схема нагружения	ε_s	$\varepsilon_{bt(b)}$	τ_x
1		$\frac{N}{E_s A_s (1 + \alpha)} \left(\alpha + \frac{ch\lambda x}{ch\lambda l / 2} \right)$	$\frac{N\alpha}{E_s A_s (1 + \alpha)} \left(1 - \frac{ch\lambda x}{ch\lambda l / 2} \right)$	$\frac{\lambda d N}{4(1 + \alpha) A_s} \frac{sh\lambda x}{ch\lambda l / 2}$
2		$\frac{N\alpha}{E_s A_s (1 + \alpha)} \left(1 - \frac{ch\lambda x}{ch\lambda l / 2} \right)$	$\frac{N\alpha}{E_s A_s (1 + \alpha)} \left(\alpha + \frac{ch\lambda x}{ch\lambda l / 2} \right)$	$-\frac{\lambda d N \alpha}{4(1 + \alpha) A_s} \frac{sh\lambda x}{ch\lambda l / 2}$
3		$\frac{N}{E_s A_s} \left[1 - \frac{(\alpha + ch\lambda l) sh\lambda x - (ch\lambda x - 1) sh\lambda l}{(1 + \alpha) sh\lambda l} \right]$	$\frac{N\alpha}{E_s A_s} \left[\frac{(\alpha + ch\lambda l) sh\lambda x - (ch\lambda x - 1) sh\lambda l}{(1 + \alpha) sh\lambda l} \right]$	$\frac{\lambda d N}{4 A_s} \frac{(\alpha + ch\lambda l) ch\lambda x - (1 + \alpha) sh\lambda l}{-sh\lambda l sh\lambda x}$
4		$\frac{N}{E_s A_s} (ch\lambda x - ch\lambda l sh\lambda x)$	$\frac{N\alpha}{E_s A_s} (ch\lambda l sh\lambda x - ch\lambda x)$	$\frac{\lambda d N}{4 A_s} (ch\lambda l - th\lambda x) \times ch\lambda x$

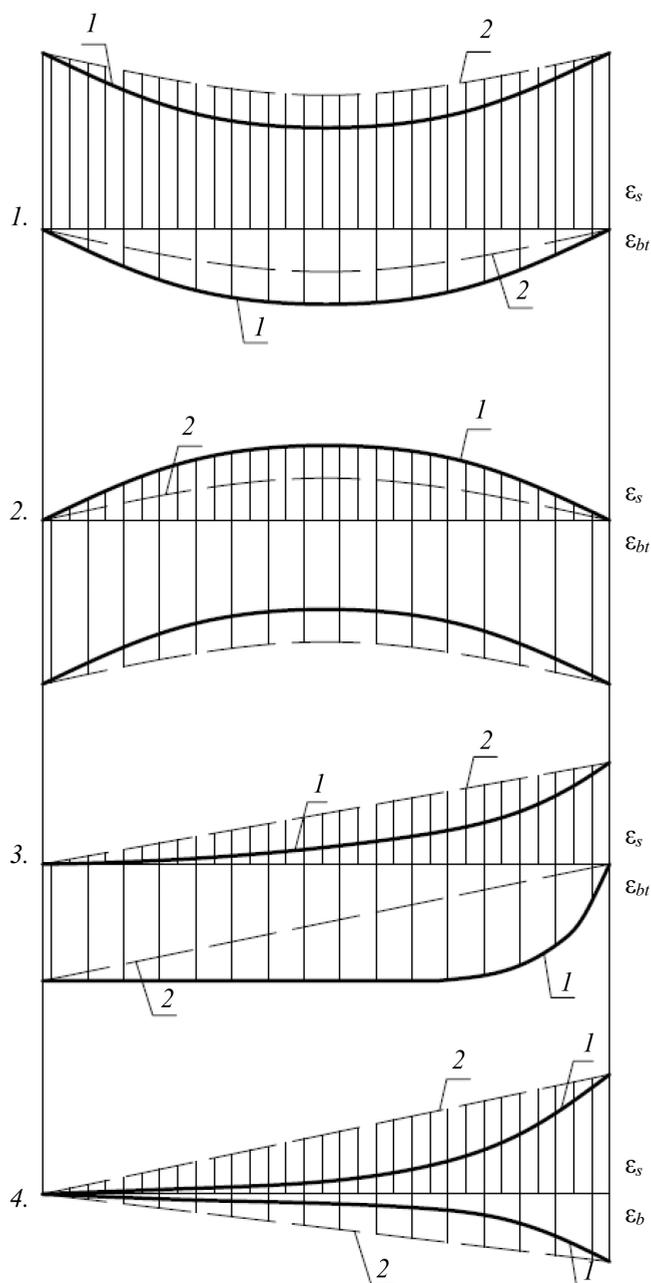


Рис. 2.3. Распределение относительных деформаций ϵ_s и $\epsilon_{bt(b)}$ по длине железобетонного элемента при различных схемах загрузки ($\lambda_1 \gg \lambda_2$)

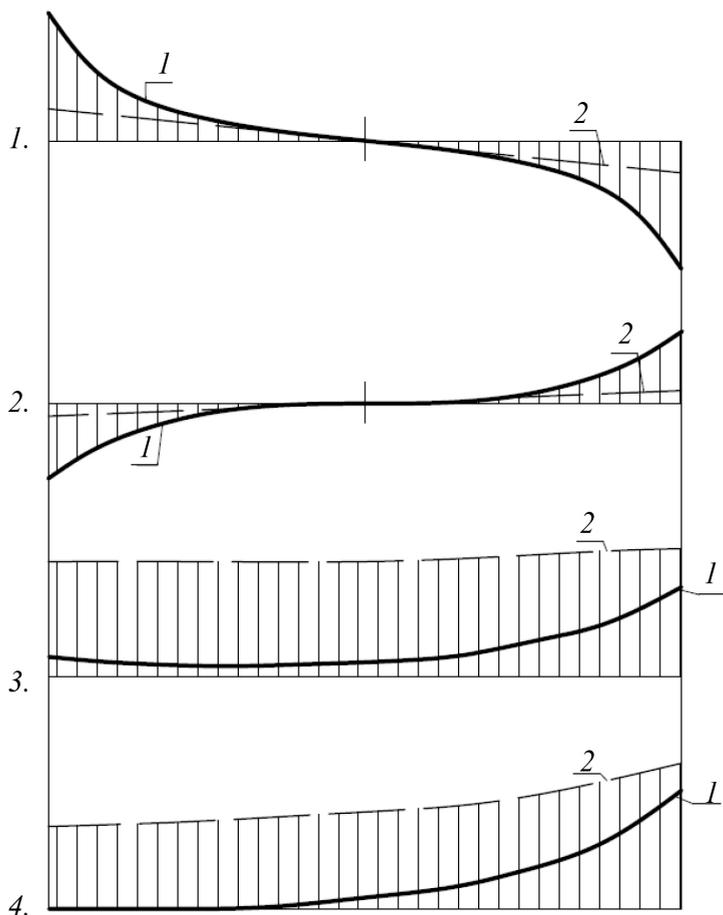


Рис. 2.4. Распределение касательных напряжений τ_x по длине заделки арматурного стержня при различных схемах загрузения ($\lambda_1 \gg \lambda_2$)

При исследовании сцепления между арматурой и бетоном наиболее надежными характеристиками, отражающими работу контактного слоя, являются взаимные смещения арматуры относительно загруженного δ_0 или незагруженного $\delta_{l(l/2)}$ торца элемента. В табл. 2.2 приведены формулы определения δ_0 и $\delta_{l(l/2)}$ для принятых ранее схем загрузения.

При падении сцепления ($\lambda \rightarrow 0$) взаимные смещения между арматурой и бетоном растут: при схеме загрузения 1 и 2 приближаются к свободной деформации арматуры, при схеме загрузения 3 и 4 неограниченно возрастают (рис. 2.5).

Усадка бетона вносит коррективы в распределение напряжений (деформаций) в арматуре и бетоне, прежде всего при больших процентах армирования.

Таблица 2.2

Определение взаимных смещений

№ схемы	δ_x	$\delta_{l(l/2)}$	δ_0
1	$\frac{N}{\lambda E_s A_s} \frac{sh\lambda x}{ch\lambda l / 2}$	$\frac{N}{\lambda E_s A_s} th\lambda l / 2$	0
2	$-\frac{N\alpha}{\lambda E_s A_s} \frac{sh\lambda x}{ch\lambda l / 2}$	$-\frac{N\alpha}{\lambda E_s A_s} th\lambda l / 2$	0
3	$\frac{N[(\alpha + ch\lambda l)ch\lambda x - sh\lambda xsh\lambda l]}{\lambda E_s A_s sh\lambda l}$	$\frac{N(\alpha ch\lambda l + 1)}{\lambda E_s A_s sh\lambda l}$	$\frac{N(\alpha + ch\lambda l)}{\lambda E_s A_s sh\lambda l}$
4	$\frac{(1 + \alpha)N}{\lambda E_s A_s} \times$ $\times [cth\lambda l \cdot ch\lambda x - sh\lambda x]$	$\frac{(1 + \alpha)N}{\lambda E_s A_s sh\lambda l}$	$\frac{(1 + \alpha)N}{\lambda E_s A_s} cth\lambda l$

Принимая в (2.5) $\Delta = \varepsilon_{sl}$, где ε_{sl} – деформация свободной усадки бетона, получаем:

$$\varepsilon_{sc(sl)} = \frac{\varepsilon_{sl}}{1 + \alpha} \left(\frac{ch\lambda x}{ch\lambda l / 2} - 1 \right); \quad \varepsilon_{bt(sl)} = -\frac{\varepsilon_{sl}\alpha}{1 + \alpha} \left(\frac{ch\lambda x}{ch\lambda l / 2} - 1 \right); \quad (2.9)$$

$$\tau_{(sl)} = \frac{\alpha \lambda E_s \varepsilon_{sl}}{4(1 + \alpha)} \frac{sh\lambda x}{ch\lambda l / 2}; \quad \delta_{(sl)} = \frac{\varepsilon_{sl}}{\lambda} \frac{sh\lambda x}{ch\lambda l / 2}. \quad (2.10)$$

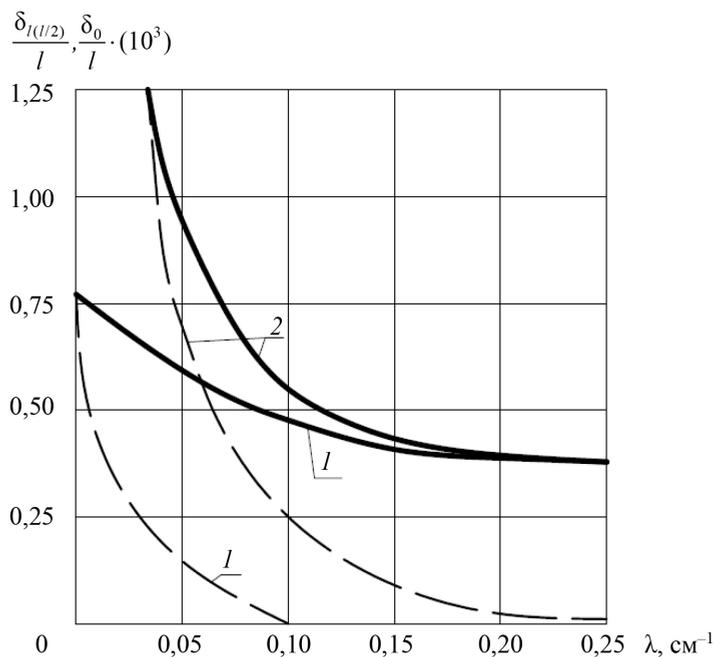


Рис. 2.5. Графики зависимостей $\frac{\delta_0}{l} - \lambda$ (—) и $\frac{\delta_{1(1/2)}}{l} - \lambda$ (- - -):
 1 – загрузка 1 (2); 2 – загрузка 3 (4)

2.3. Работа контактного слоя в упругопластической стадии

В процессе роста нагрузки и взаимных смещений касательные напряжения достигают некоторого предельного значения τ_u , после чего наблюдается отклонение взаимных смещений от линейной зависимости. Эта стадия работы контактного слоя характеризуется появлением неупругих деформаций, которые по мере роста нагрузки распространяются в глубь заделки арматурного стержня.

Механизм возникновения и развития неупругих деформаций в контактной зоне достаточно сложен и представляет большие трудности в экспериментальных исследованиях (большинство опытов ориентировано на получение косвенной информации о состоянии контакта). Появление неупругих деформаций в контактном слое связано с деструктивными процессами, вызванными образованием контактных микротрещин в зонах смятия бетонных выступов, а также с возникновением зон пластичности в бетонной оболочке,

окружающей арматурный стержень. В связи с этим важная роль отводится исследованиям поперечного давления (распора), с которым связано образование продольных трещин раскалывания [18]. В ходе экспериментальных исследований [3, 18] выявлено, что появление контактных микротрещин в зонах смятия бетонных выступов приводит к незначительному увеличению распора. Очевидно, главным источником повышения распора следует считать образование зоны пластичности в бетоне, окружающем арматурный стержень. Т. Гараи отмечал, что отклонение продольных и поперечных деформаций от линейной зависимости при испытании арматуры на выдерживание из бетонных призм совпадают [11].

В качестве исходной предпосылки появления неупругих деформаций в контактной зоне полагаем достижение в пограничном с арматурой слое бетона напряжений $R_{bt,ser}$.

Рассмотрим в качестве примера случай загрузки 4 (см. табл. 2.1). Поперечное давление определяем из выражения

$$P_s = \tau \cdot \operatorname{ctg} \alpha_0 = \frac{\lambda \sigma_{s0} d}{4} (c \operatorname{th} \lambda l \operatorname{ch} \lambda x - \operatorname{sh} \lambda x) \operatorname{ctg} \alpha_0, \quad (2.11)$$

где α_0 – угол наклона бетонного выступа к продольной оси стержня ($\operatorname{ctg} \cong 0,3$ [113]); $\sigma_{s0} = N/A$.

Максимальное поперечное давление будет на загруженном конце стержня:

$$P_s^{\max} = \frac{\lambda \sigma_{s0} d}{4} c \operatorname{th} \lambda l \cdot \operatorname{ctg} \alpha_0. \quad (2.12)$$

Определим максимальное растягивающее напряжение в бетоне в поперечном сечении на контакте с арматурой по формуле Ламе [114]:

$$\sigma_{bt}^{\max} = \frac{P_s^{\max}}{2} \frac{(2d^3 + b^3)}{(b^3 - d^3)}, \quad (2.13)$$

где b – меньший размер сечения; d – диаметр арматуры.

Подставляя (2.12) в (2.13) и пренебрегая величиной d , малой в сравнении с b , получаем

$$\sigma_{bt}^{\max} = \frac{\lambda \sigma_{s0} d}{8} c \operatorname{th} \lambda l \cdot \operatorname{ctg} \alpha_0. \quad (2.14)$$

Напряжения $\sigma_{s(x)}$ и τ_x на загруженном торце элемента, при которых возникают неупругие деформации в контактном слое:

$$\sigma_{bt}^{\max} = \frac{\lambda \sigma_{s0} d}{8} cth\lambda l \cdot ctg\alpha_0 = R_{bt,ser}, \quad (2.15)$$

отсюда

$$\sigma_{s0pl} = \frac{8R_{bt,ser}}{\lambda d \cdot cth\lambda l \cdot ctg\alpha_0}; \quad (2.16)$$

$$\tau_u = \frac{\lambda \sigma_{s0} d}{4} cth\lambda l = \frac{2R_{bt,ser}}{ctg\alpha_0}. \quad (2.17)$$

С учетом усадки бетона (2.9) выражения (2.16) и (2.17) принимают вид:

$$\sigma_{s0pl} = \frac{8R_{bt,ser}}{\lambda d \cdot cth\lambda l \cdot ctg\alpha_0} - \frac{\varepsilon_{sl} E_s}{1 + \alpha}; \quad (2.18)$$

$$\tau_u = \frac{2R_{bt,ser}}{ctg\alpha_0} - \frac{\lambda \cdot \varepsilon_{sl} \cdot E_s \cdot d}{4(1 + \alpha)}. \quad (2.19)$$

На рис. 2.6 представлены графики зависимостей $\sigma_{s0pl} - d$ с учетом и без учета усадки. Как видно из графиков, неучет усадки бетона может привести к завышению напряжений, при которых в контактном слое появляются неупругие деформации.

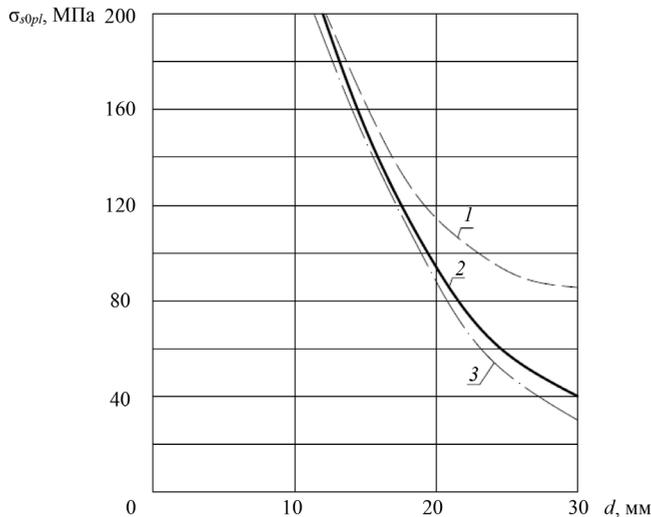


Рис. 2.6. Графики зависимостей $\sigma_{s0pl} - d$: 1 – без учета усадки бетона; 2 – с учетом усадки бетона; 3 – по данным опытов [8, 115]

Связь между δ_x и τ_x рассматриваем в соответствии с обобщенной диаграммой Прандтля (рис. 2.7). Принимаем начало координат на границе упругой и пластической зон заделки арматурного стержня (рис. 2.8).

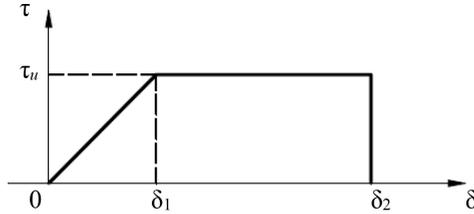


Рис. 2.7. Диаграмма $\tau - \delta$

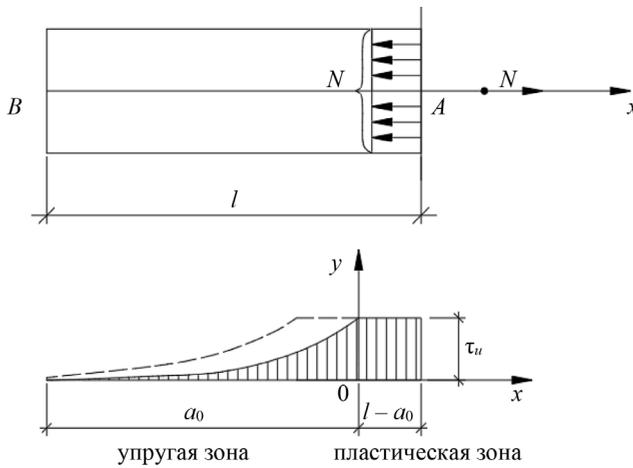


Рис. 2.8. Распределение τ_x по длине заделки арматурного стержня при упругопластической работе контактного слоя

На участке неупругой работы контактного слоя $[-(l - a_0) \leq x \leq 0]$

$$\varepsilon_s = \frac{N - \tau_u S_p (l - a_0 - x)}{E_s A_s}; \quad \varepsilon_b = \frac{\tau_u S_p (l - a_0 - x) - N}{E_s A_s} \alpha; \quad \tau_x = \tau_u. \quad (2.20)$$

На участке упругой работы контактного слоя ($a_0 \geq x \geq 0$) с учетом граничных условий $S_{x=0} = \tau_u S_p (l - a_0)$; $S_{x=a_0} = N$:

$$\begin{cases} \varepsilon_s = \left[\frac{N}{E_s A_s} - \frac{4\tau_u}{dE_s} \left(\frac{th\lambda x}{\lambda} + l - a_0 \right) \right] ch\lambda x; \\ \varepsilon_b = \left[-\frac{N}{E_s A_s} + \frac{4\tau_u}{dE_s} \left(\frac{th\lambda x}{\lambda} + l - a_0 \right) \right] \alpha ch\lambda x; \\ \tau_x = \left[\tau_u \left(\frac{cth\lambda x}{\lambda} + l - a_0 \right) - \frac{N}{S_p} \right] \lambda sh\lambda x. \end{cases} \quad (2.21)$$

Длину упругого участка определяем из условия

$$S'_{x=0} = \tau_u S_p. \quad (2.22)$$

Подставив значение $S'_{x=0}$ в (2.21), получаем

$$N = \tau_u S_p \frac{sh\lambda a_0 + \lambda(l - a_0)ch\lambda a_0}{\lambda ch\lambda a_0}, \quad (2.23)$$

отсюда

$$\sigma_{s0} = \frac{4\tau_u}{d} \left(l - a_0 + \frac{th\lambda a_0}{\lambda} \right). \quad (2.24)$$

Длину упругого участка определяем графически в координатных осях $\sigma_{s0} - a_0$. Последовательно задавая значения a_0 в интервале от 0 до l , строим график функции (2.24).

На графике рис. 2.9 различаем три стадии работы контактного слоя:

- упругая $\left(0 \leq \sigma_{s0} \leq \frac{4\tau_u th\lambda l}{\lambda d}; a_0 = l \right)$;
- упругопластическая $\left(\frac{4\tau_u th\lambda l}{\lambda d} \leq \sigma_{s0} \leq \frac{4\tau_u l}{d}; l \geq a_0 \geq 0 \right)$;
- пластическая $\left(\sigma_{s0} = \frac{4\tau_u l}{d}; a_0 = 0 \right)$.

Длину упругого участка a_0 можно определить из выражения (2.24) методом последовательного приближения. В этом случае

$$a_{0i} = l - \frac{\sigma_{s0} d}{4\tau_u} + \frac{th\lambda a_{i-1}}{\lambda}. \quad (2.25)$$

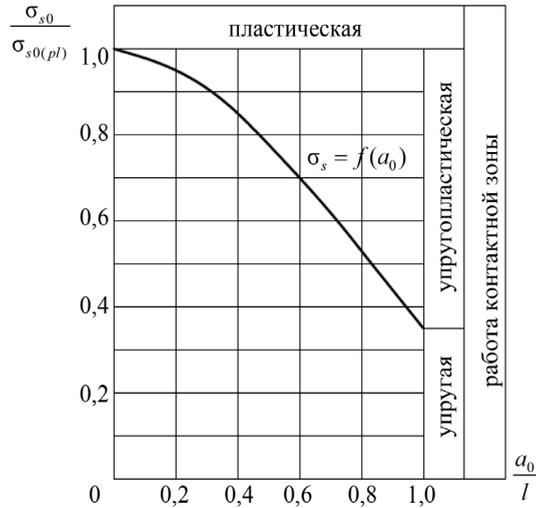


Рис. 2.9. График зависимости длины упругого участка a_0 от величины напряжений в арматуре на нагруженном торце элемента

На первом шаге принимаем $a_0 = l$. Расчет повторяется до тех пор, пока $a_i = a_{i-1}$ (в пределах заданной точности). Другой способ – графический (рис. 2.10).

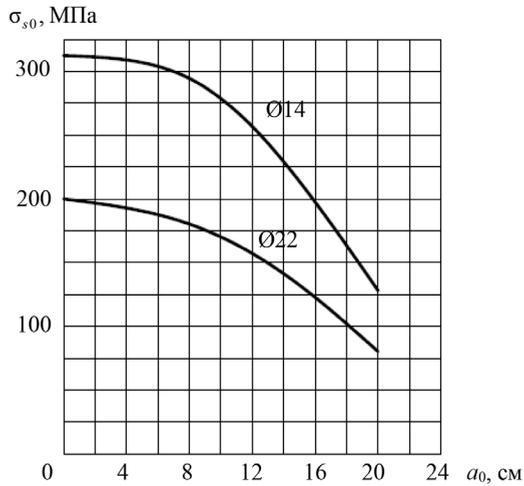


Рис. 2.10. График зависимости длины упругого участка a_0 от напряжений в арматуре σ_{s0}

Формулы для расчета ε_s , ε_b и a_0 для других схем загрузки, полученные аналогичным способом, приведены в табл. 2.3–2.5.

Определяем взаимные смещения между арматурой и бетоном:

а) на участке упругой работы связей сдвига взаимные смещения пропорциональны касательным напряжениям:

$$\delta_x = \frac{(1 + \alpha) \left\{ \tau_u S_p \left[cth\lambda x + \lambda(l - a_0) \right] - \lambda N \right\} sh\lambda x}{\lambda^2 E_s A_s}; \quad (2.26)$$

б) на участке неупругой работы связей сдвига отсутствует пропорциональная зависимость между δ_x и τ_x :

$$\begin{aligned} \delta_x &= \int_0^x (\varepsilon_s - \varepsilon_{bt}) dx = \int_0^x \frac{1 + \alpha}{E_s A_s} \left[N - \tau_u S_p (l - a_0 - x) \right] dx = \\ &= \frac{1 + \alpha}{E_s A_s} \left\{ Nx - \tau_u S_p \left[(l - a_0)x - \frac{x^2}{2} \right] \right\} + C. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Произвольную постоянную C определяем из условия

$$\delta_{x \leq 0}^{\text{лев}} = \delta_{x \geq 0}^{\text{пр}},$$

отсюда

$$C = \frac{4\tau_u(1 + \alpha)}{\lambda^2 d E_s}.$$

Окончательно получаем

$$\delta_x = \frac{1 + \alpha}{E_s} \left\{ \frac{N}{A_s} x + \frac{4\tau_u}{d\lambda^2} \left[\lambda^2 x \left(l - a_0 - \frac{x}{2} \right) + 1 \right] \right\}. \quad (2.28)$$

Максимальное смещение арматуры относительно бетона имеет место на загруженном торце элемента:

$$\delta_0^{\text{max}} = \frac{1 + \alpha}{E_s} \left\{ \frac{N}{A_s} (l - a_0) + \frac{4\tau_u}{d} \left[\frac{(l - a_0)^2}{2} + \frac{1}{\lambda^2} \right] \right\}. \quad (2.29)$$

Минимальное смещение на нагруженном торце элемента соответственно

$$\delta_l^{\text{min}} = \frac{\left\{ \tau_u S_p \left[cth\lambda a_0 + \lambda(l - a_0) \right] - \lambda N \right\} (1 + \alpha) sh\lambda a_0}{\lambda^2 E_s A_s}. \quad (2.30)$$

Появление неупругих деформаций в контактном слое приводит к существенному увеличению взаимных смещений между арматурой и бетоном. При этом значения δ_0 , рассчитанные с учетом упругой и упругопластической работы контактного слоя, в зависимости от напряжений σ_{s0} могут отличаться в 2–3 раза.

С использованием данных работы [29] выполнен расчет взаимных смещений на загруженном δ_0 и незагруженных δ_l торцах элемента при различных диаметрах арматуры (рис. 2.11).

Полученные графики хорошо согласуются с экспериментальными зависимостями (табл. 2.3) [29].

Некоторые ученые [8, 12, 116, 117] пытаются учесть неупругие деформации контактного слоя, используя выражения, полученные для упругой работы, но с переменной характеристикой сцепления, полученной аппроксимацией опытных данных.

Используя выражения (2.8) и (2.29), определим $\lambda_i = f(\sigma_{s0})$ из условия

$$\delta_0^{yup} = \delta_0^{nl}.$$

Таблица 2.3

Определение участка упругой работы контакта

№ схемы	Зависимости для определения длины упругого участка работы контактного слоя	Напряжения в арматуре σ_{s0} , при которых в контактном слое появляются неупругие деформации
1	$\frac{4\tau_u(1+\alpha)}{d}(l/2 - a_0 + \frac{cth\lambda a_0}{\lambda})$	$\frac{4\tau_u(1+\alpha)}{d\lambda} cth\lambda l / 2$
2	$\frac{4\tau_u(1+\alpha)\mu}{d}(l/2 - a_0 + \frac{cth\lambda a_0}{\lambda})$	$\frac{4\tau_u(1+\alpha)\mu}{d\lambda} cth\lambda l / 2$
3	$\frac{4\tau_u(1+\alpha)}{d} \left[\frac{sh\lambda a_0}{\lambda(\alpha + ch\lambda a_0)} + l - a_0 \right]$	$\frac{4\tau_u(1+\alpha)sh\lambda l}{d\lambda(\alpha + ch\lambda l)}$
4	$\frac{4\tau_u}{d}(l - a_0 + \frac{th\lambda a_0}{\lambda})$	$\frac{4\tau_u}{d\lambda} th\lambda l$

Таблица 2.4

Определение относительных деформаций арматуры и бетона на участках упругой и пластической работы контакта

№ п/п	Участок упругой работы контакта	
	ε_s	$\varepsilon_{b(b)}$
1	$\frac{N\alpha}{(1+\alpha)E_s A_s} + \frac{4\tau_u ch\lambda x}{\lambda d E_s sh\lambda a_0}$	$\frac{N\alpha}{(1+\alpha)E_s A_s} + \frac{4\tau_u ch\lambda x}{\lambda d E_s sh\lambda a_0} \alpha$
2	$\frac{N}{(1+\alpha)E_s A_s} - \frac{4\tau_u ch\lambda x}{\lambda d E_s sh\lambda a_0}$	$\frac{N\alpha^2}{(1+\alpha)E_s A_s} + \frac{4\tau_u ch\lambda x}{\lambda d E_s sh\lambda a_0} \alpha$
3	$\frac{N(\alpha + ch\lambda x)}{E_s A_s (1+\alpha)} - \frac{4\tau_u ch\lambda x}{\lambda d E_s} \times$ $\times \left(\frac{th\lambda x}{\lambda} + l - a \right)$	$\left(\frac{th\lambda x}{\lambda} + l - a - \frac{N\alpha(ch\lambda x - 1)}{(1+\alpha)E_s A_s} \right) \times$ $\times \frac{4\tau_u \alpha ch\lambda x}{d E_s}$
4	$\left[\frac{N}{E_s A_s} - \frac{4\tau_u}{d E_s} \left(\frac{th\lambda x}{\lambda} + l - a_0 \right) \right] \times$ $\times ch\lambda x$	$\left[-\frac{N\alpha}{E_s A_s} + \frac{4\tau_u \alpha}{d E_s} \left(\frac{th\lambda x}{\lambda} + l - a_0 \right) \right] \times$ $\times ch\lambda x$
№ п/п	Участок пластической работы контакта	
	ε_s	$\varepsilon_{b(b)}$
1	$\frac{N}{E_s A_s} - \frac{4\tau_u \left(\frac{l}{2} - x \right)}{d E_s}$	$\frac{4\tau_u \left(\frac{l}{2} - x \right)}{d E_s} \alpha$
2	$\frac{4\tau_u \left(\frac{l}{2} - x \right)}{d E_s}$	$\frac{N\alpha}{E_s A_s} - \frac{4\tau_u \left(\frac{l}{2} - x \right)}{d E_s} \alpha$
3	$\frac{N}{E_s A_s} - \frac{4\tau_u (l - a_0 - x)}{d E_s}$	$\frac{4\tau_u (l - a_0 - x)}{d E_s} \alpha$
4	$\frac{N}{E_s A_s} - \frac{4\tau_u (l - a_0 - x)}{d E_s}$	$\frac{4\tau_u \alpha (l - a_0 - x)}{d E_s} - \frac{N\alpha}{E_s A_s}$

Определение взаимных смещений между арматурой и бетоном на участках упругой и пластической работы контакта

№ п/п	Участок упругой работы контакта	Участок пластической работы контакта
1	$\frac{1}{E_s} \left\{ \frac{N}{A_s} \left(\frac{l}{2} - a_0 \right) - \frac{4\tau_u(1+\alpha)}{d\lambda^2} \times \right. \\ \left. \times \left[\lambda^2 \left(\frac{l}{2} - a_0 \right) a_0 - 1 \right] \right\}$	$\frac{\tau_u S_p (1+\alpha)}{\lambda^2 E_s A_s} \cdot \frac{sh\lambda x}{sh\lambda a_0}$
2	$\frac{\alpha}{E_s} \left\{ \frac{4\tau_u(1+\alpha)}{d\lambda^2} \left[\lambda^2 \left(\frac{l}{2} - a_0 \right) a_0 - 1 \right] - \right. \\ \left. - \frac{N}{A_s} \left(\frac{l}{2} - a_0 \right) \right\}$	$\alpha \frac{\tau_u S_p (1+\alpha)}{\lambda^2 E_s A_s} \cdot \frac{sh\lambda x}{sh\lambda a_0}$
3	$\frac{1}{E_s} \left\{ \frac{N}{A_s} x + \frac{4\tau_u(1+\alpha)}{d\lambda^2} \times \right. \\ \left. \times \left[\lambda^2 x \left(l - a_0 - \frac{x}{2} \right) + 1 \right] \right\}$	$\frac{\left\{ \lambda N - \tau_u S_p (1+\alpha) \times \right. \\ \left. \times \left[cth\lambda x + \lambda(l - a_0) \right] \right\} sh\lambda x}{\lambda^2 E_s A_s}$
4	$\frac{1+\alpha}{E_s} \left\{ \frac{N}{A_s} x + \frac{4\tau_u(1+\alpha)}{d\lambda^2} \times \right. \\ \left. \times \left[\lambda^2 x \left(l - a_0 - \frac{x}{2} \right) + 1 \right] \right\}$	$\frac{(1+\alpha) \left\{ \tau_u S_p \times \right. \\ \left. \times \left[cth\lambda x + \lambda(l - a_0) \right] - \lambda N \right\} sh\lambda x}{\lambda^2 E_s A_s}$

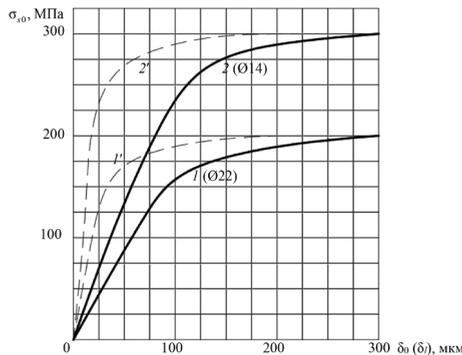


Рис. 2.11. График зависимости взаимных смещений на нагруженном (1, 2) и незагруженном (1', 2') концах элемента

Выполнив необходимые преобразования, получаем

$$\lambda_i = \frac{cth\lambda_{i-1}l}{l - a_0 - \frac{2\tau_u}{\sigma_{s0}d\lambda^2}[\lambda(l - a_0) - 2]}, \quad (2.31)$$

где λ – характеристика сцепления при упругой работе контактного слоя.

Параметр λ_i определяем из выражения (2.31) методом последовательных приближений, принимая на первом шаге $\lambda_1 = \lambda$. Качественная картина изменения λ_i в процессе нагружения элемента (рис. 2.12) хорошо согласуется с опытными данными [12].

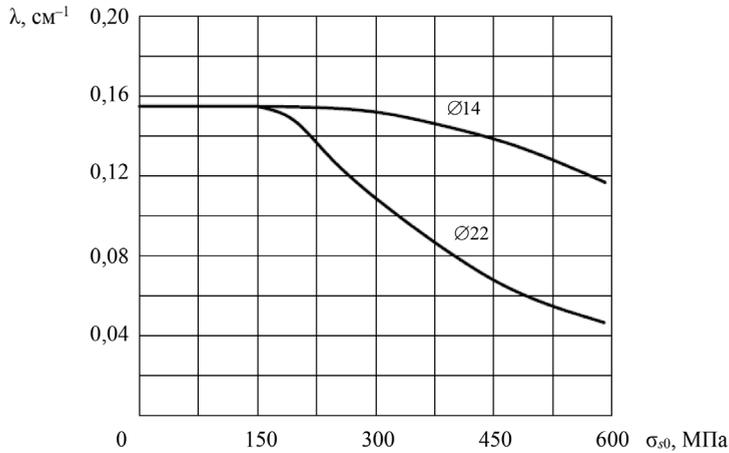


Рис. 2.12. Графики зависимости $\lambda - \sigma_{s0}$

3. РАСЧЕТ ОБРАЗОВАНИЯ И РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН В РАСТЯНУТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

Большинство предложений по определению ширины раскрытия трещин, как отмечалось ранее, основано на допущении о неизменности формы эпюры τ_x в процессе трещинообразования. Это ограничивает предлагаемые методики рамками количественных оценок и не позволяет в полной мере выявить качественную сторону процесса. При этом исследователи рассматривают, как правило, только стадию стабилизированного состояния трещинообразования.

На участке между трещинами передача усилия на бетон происходит через арматуру. При упругой работе контактного слоя ($\tau_x \leq \tau_y$) напряжения $\sigma_{s(x)}$, $\sigma_{bt(x)}$ и τ_x определяем из выражений (см. табл. 2.1):

$$\begin{cases} \sigma_{s(x)} = \frac{N}{A_s(1+\alpha)} \left(\alpha + \frac{ch\lambda x}{ch\lambda l_{crc}/2} \right); \\ \sigma_{bt(x)} = \frac{N\alpha}{A_s(1+\alpha)} \left(1 - \frac{ch\lambda x}{ch\lambda l_{crc}/2} \right); \\ \tau_x = \frac{\lambda d N}{4(1+\alpha)A_s} \cdot \frac{sh\lambda x}{ch\lambda l_{crc}/2}, \end{cases} \quad (3.1)$$

где l_{crc} – расстояние между трещинами.

Ширину раскрытия трещин определяем из выражения табл. 2.1, п. 1:

$$a_{crc} = \frac{2\tau_{x=l_{crc}/2} S_p}{G} = \frac{2N}{\lambda E_s A_s} th\lambda l_{crc}/2 - \frac{R_{bt,ser}}{E_b} l_{crc}. \quad (3.2)$$

Второе слагаемое в формуле (3.2) представляет собой собственные удлинения бетона на участке между трещинами.

При полном нарушении сцепления $\lambda \rightarrow 0$ на участке

$$a_{crc} = \left(\frac{N}{E_s A_s} - \frac{R_{bt,ser}}{E_b} \right) l_{crc}. \quad (3.3)$$

С учетом усадки бетона (2.10) выражение (3.2) принимает вид

$$a_{crc} = \frac{2(N + \varepsilon_{st} E_s A_s)}{\lambda E_s A_s} th \lambda l_{crc} / 2 - \frac{R_{bt,ser}}{E_b} l_{crc}. \quad (3.4)$$

3.1. Определение расстояния между трещинами

На рис. 3.1 показаны идеализированные схемы образования трещин исходя из распределения относительных деформаций бетона ε_{bt} . Как видно из приведенных схем, порядок образования трещин зависит от приложения нагрузки (к арматуре или к бетону). В стадии стабилизации процесса трещинообразования во всех приведенных случаях l_{crc} получается одинаковым.

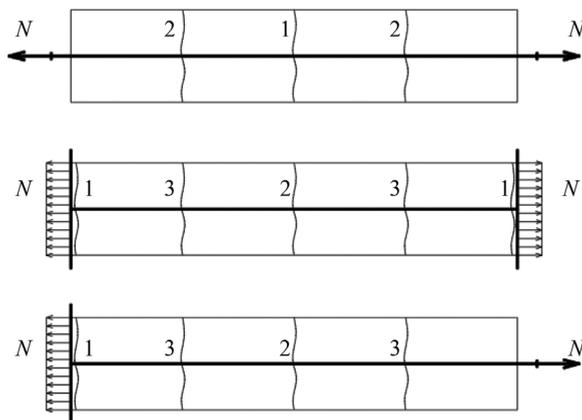


Рис. 3.1. Идеализированный порядок образования трещин при различных схемах загрузки элементов

Для определения l_{crc} , исходя из идеализированной схемы, необходимо найти усилия образования трещин. При возникновении трещины происходит перераспределение усилий между бетоном и арматурой: у берегов трещины напряжения в бетоне падают до нуля (разгрузка), а деформации – до

3.1. Определение расстояния между трещинами

величины $\varepsilon_{ubt} - \varepsilon_{bt1}$ (рис. 3.2); напряжения в арматуре соответственно возрастают на некоторую величину (рис. 3.3–3.5). С учетом этого записываем

$$\varepsilon_{bt(x)} = \varepsilon_{ubt} - \varepsilon_{bt1} + \frac{N}{E_b A (1 + \alpha)} \left(1 - \frac{ch\lambda x}{ch\lambda l/2} \right). \quad (3.5)$$

Определяем усилия последовательного образования трещин из условия

$$\varepsilon_{bt(x=0)} = \varepsilon_{ubt},$$

отсюда

$$N_{crc_i} = \frac{R_{bt,ser} A (1 + \alpha)}{1 - \frac{1}{ch\lambda \frac{l}{2}}}, \quad (3.6)$$

где i – номера трещин.

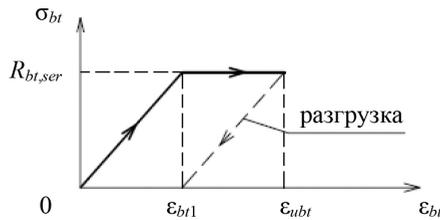


Рис. 3.2. Идеализированная диаграмма $\sigma_{bt} - \varepsilon_{bt}$

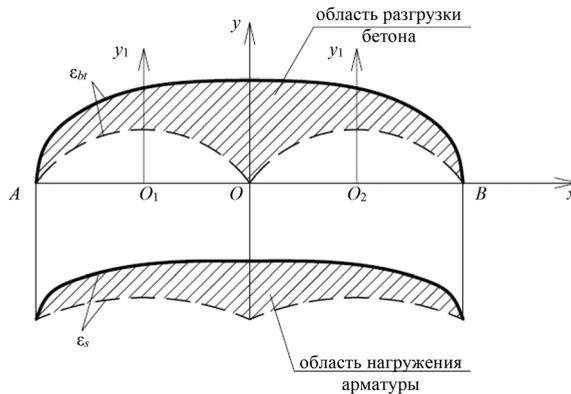


Рис. 3.3. Распределение ε_s и ε_{bt} при образовании промежуточной трещины: (—) – при нагрузке N_i ; (- - -) – то же, при $N_i + \Delta N_i$

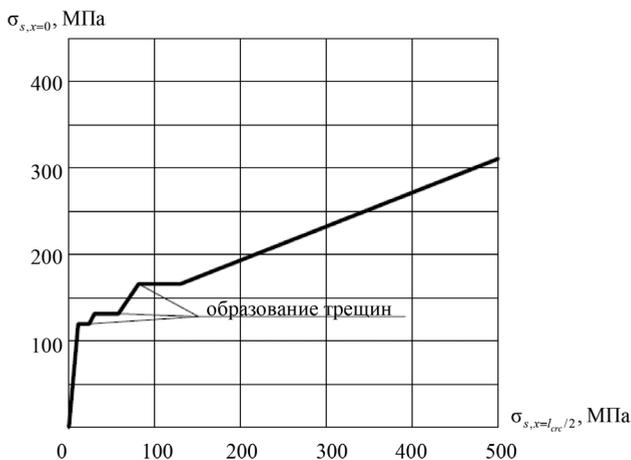


Рис. 3.4. График зависимости $\sigma_{s,x=0} - \sigma_{s,x=l_{cr}/2}$

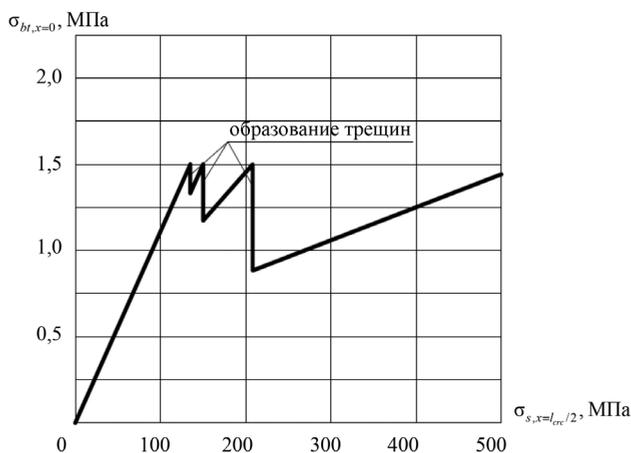


Рис. 3.5. График зависимости $\sigma_{s,x=l_{cr}/2} - \sigma_{bt,x=0}$

Для определения усилий последовательного образования трещин поступаем следующим образом: N_{cr1} определяем, подставляя в (3.6) $l_{cr1} = 0,5l$ (где l – длина элемента); N_{cr2} – соответственно подставляя $l_{cr2} = 0,5l_{cr1}$, и т. д.

В реальной конструкции, в силу неоднородности бетона, процесс образования трещин не укладывается в рамки идеализированной схемы. В экспериментальных работах [12, 91, 118–123] отмечается: если в начальный период загрузки элемента трещины образуются достаточно хаотично, то с увеличением нагрузки и уменьшением расстояния между трещинами схе-

ма их образования приближается к идеализированной, т. е. трещины образуются в серединах участков (рис. 3.6) [12].

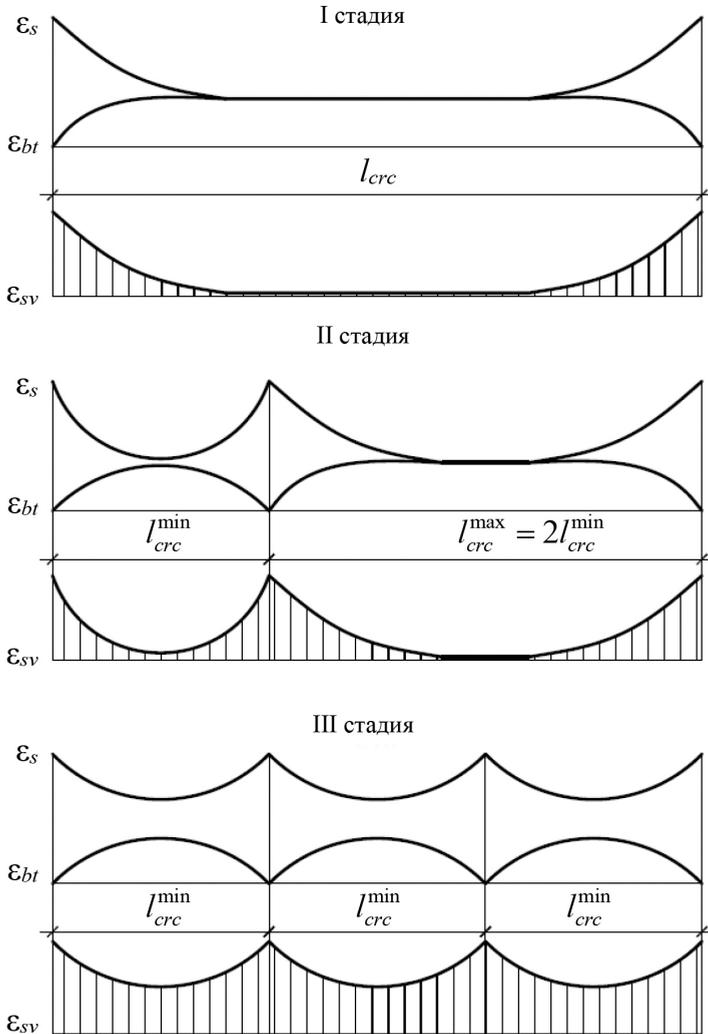


Рис. 3.6. Расчетная модель процесса трещинообразования

Анализ полученных выражений показывает, что в начальной стадии трещинообразования на большей части участка между трещинами деформации бетона распределяются достаточно равномерно (разница в 5%). По мере уменьшения расстояния между трещинами эта зона уменьшается

и неравномерность деформаций возрастает (рис. 3.7), это приводит к тому, что трещины образуются в сечениях, близких к середине участка.

Из графика рис. 3.8 видно, что процесс трещинообразования проходит достаточно интенсивно в узком диапазоне нагрузок.

Если соединить на графике $\sigma_{s0} - l_{crc}$ (см. рис. 3.8) точки A, B, C плавной кривой, то получим зависимость $l_{crc}^{\max} - \sigma_{s0}$. Соединив аналогично точки A', B', C' , получим зависимость $l_{crc}^{\min} - \sigma_{s0}$.

Следовательно, для каждого уровня нагружения элемента l_{crc}^{\max} – это такое расстояние между трещинами, при котором напряжение в бетоне в середине участка достигает предельных значений на растяжение $R_{bt,ser}$. Минимальное расстояние между трещинами равно половине максимального, а среднее расстояние

$$l_{crc}^m = \frac{l_{crc}^{\max} + 0,5l_{crc}^{\max}}{2} = 0,75l_{crc}^{\max}. \quad (3.7)$$

Максимальное расстояние между трещинами определяем из выражения (3.6):

$$l_{crc}^{\max} = \frac{2 \ln(t + \sqrt{t^2 - 1})}{\lambda}, \quad (3.8)$$

где

$$t = \frac{1}{1 - \frac{R_{bt,ser} A(1 + \alpha)}{N}} = \frac{1}{1 - \frac{R_{bt,ser} (1 + \alpha)}{\sigma_{s0} \mu}}. \quad (3.9)$$

Из формулы (3.8) видно, что увеличение напряжений в арматуре σ_{s0} , так же как и увеличение коэффициента армирования, ведет к уменьшению расстояния между трещинами (рис. 3.9). Увеличение прочности бетона сказывается на l_{crc} неоднозначно, так как сопутствующие этому увеличения λ и $R_{bt,ser}$ влияют прямо противоположно. Влияние профиля арматуры (гладкий, периодический) на величину l_{crc} существенно, при этом оно тем выше, чем больше величина α (рис. 3.10).

3.1. Определение расстояния между трещинами

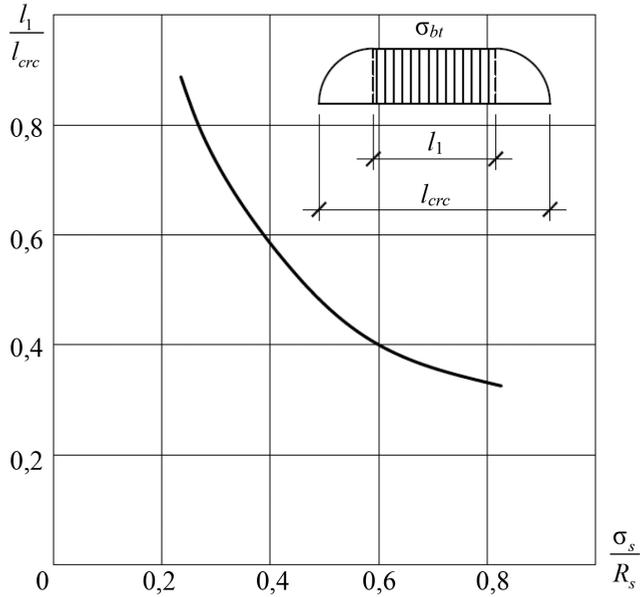


Рис. 3.7. Зависимость $\frac{l_1}{l_{crc}} - \frac{\sigma_s}{R_s}$
при напряжениях $0,95R_{bt,ser} \leq \sigma_{bt} \leq R_{bt,ser}$

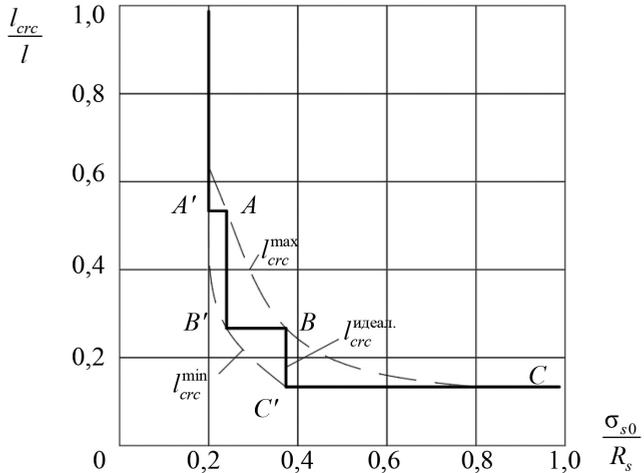


Рис. 3.8. Графики зависимости $\frac{l_{crc}}{l} - \frac{\sigma_{s0}}{R_s}$

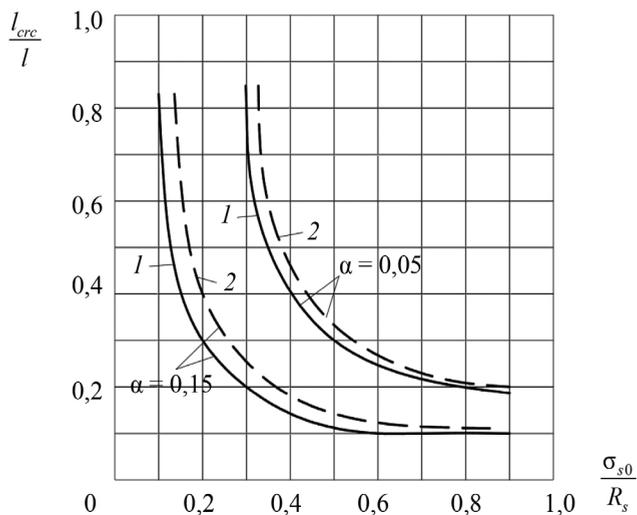


Рис. 3.9. Графики зависимости $\frac{l_{crc}}{l} - \frac{\sigma_{s0}}{R_s}$ для различных классов бетона: 1 – В30; 2 – В40

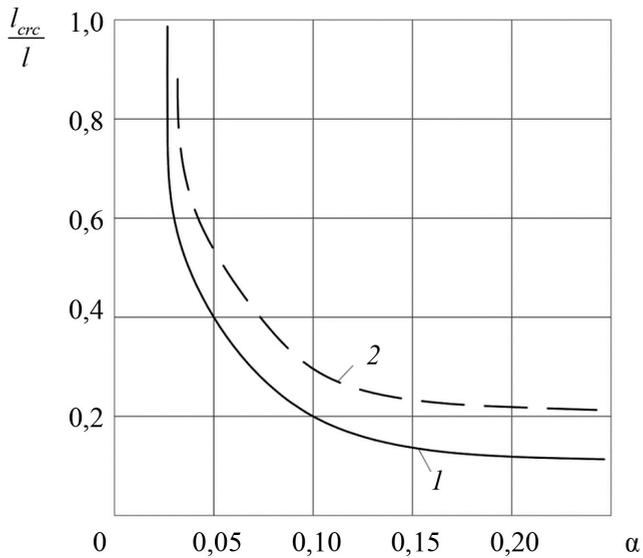


Рис. 3.10. Графики зависимости $\frac{l_{crc}}{l} - \alpha$:
1 – арматура периодического профиля; 2 – гладкая

С учетом усадки бетона выражение (3.9) принимает вид

$$t = \frac{1}{1 - \frac{R_{bt,ser}(1 + \alpha)}{(\sigma_{s0} + \varepsilon_{sl}E_s)\mu}}. \quad (3.10)$$

Наиболее существенно влияние усадки проявляется при небольших напряжениях в арматуре: при $\sigma_{s0} = 0,5R_s$ для $\alpha = 0,05$ и $0,20$ соответственно $\frac{l_{crc}^{sl}}{l_{crc}} = 0,75, 0,89$. С увеличением σ_{s0} влияние усадки бетона уменьшается: при $\sigma_{s0} = R_s$ для тех же α соответственно $0,9$ и $0,96$.

Выражение (3.10) имеет смысл, если знаменатель больше нуля. Приравняв знаменатель к нулю (исчерпание несущей способности происходит одновременно с образованием трещин), можно определить минимальный процент армирования:

$$1 - \frac{R_{bt,ser}(1 + \alpha)}{R_s + \varepsilon_{sl}E_s\mu} = 0, \quad (3.11)$$

отсюда

$$\mu_{min} = \frac{R_{bt,ser}}{R_s + \varepsilon_{sl}E_s - R_{bt,ser}} \cdot 100 \%. \quad (3.12)$$

Если $\mu \leq \mu_{min}$, то прочность элемента исчерпывается образованием одной трещины, т. е. $N_u = N_{crc}$.

Появление неупругих деформаций в контактном слое приводит к падению контактного сопротивления и стабилизации процесса трещинообразования. Определим значение l_{crc} , при котором в контактном слое появятся неупругие деформации. Используя выражение τ_x (3.1), а также условие $\sigma_{bt,x=0} = R_{bt,ser}$, получаем

$$R_{bt,ser} = \frac{4\tau_u\mu}{\lambda d t h \lambda l / 2} \cdot \left(1 - \frac{1}{ch \lambda l / 2}\right). \quad (3.13)$$

Решая (3.13) относительно $ch \lambda l / 2$ (t_1), получаем

$$t_1 = \frac{1 + m^2}{1 - m^2}; \quad m = \frac{\lambda d R_{bt,ser}}{4\tau_u\mu}; \quad (3.14)$$

l_{crc} определяем из (3.8), подставляя $t = t_1$.

В ходе экспериментальных исследований установлено, что стабилизация процесса трещинообразования связана с появлением неупругих деформаций в контактном слое арматуры с бетоном [13, 124].

Нагрузка, соответствующая наступлению этого состояния:

$$N > \frac{4\tau_u(1+\alpha)A_s}{\lambda d} \cdot cth\lambda \cdot l_{crc}/2 \quad \text{или} \quad \sigma_{s0} > \frac{4\tau_u(1+\alpha)}{\lambda d} \cdot \frac{t}{\sqrt{t^2-1}}. \quad (3.15)$$

При стабилизации процесса образования трещин зона активного сцепления уменьшается.

На участке между трещинами различаем в общем случае три характерные зоны: зона нарушенного сцепления, зона неупругих деформаций и зона упругих деформаций контакта.

А. Зона нарушенного сцепления $a_0 + b_0 \leq x \leq 0,5l_{crc}$.

Длина зоны в конце формулы (3.16):

$$c_0 = \left[1 - \frac{2a_0}{l_{crc}} - \frac{Nd}{2\tau_u A_s (1+\alpha) l_{crc}} + \frac{2\sqrt{t_1^2+1}}{\lambda t_1 l_{crc}} \right] \cdot \frac{l_{crc}}{2}. \quad (3.16)$$

Напряжения в арматуре и бетоне:

$$\sigma_s = \frac{N}{A_s}; \quad \sigma_{bt} = 0. \quad (3.17)$$

Б. Зона неупругих деформаций $a_0 \leq x \leq (0,5l_{crc} - c_0)$.

Длина зоны:

$$b_0 = \frac{Nd}{2\tau_u A_s (1+\alpha)} - \frac{2\sqrt{t_1^2+1}}{\lambda t_1}. \quad (3.18)$$

Напряжения в арматуре и бетоне:

$$\begin{cases} \sigma_s = \frac{N}{A_s} - \frac{2\tau_u}{d} (0,5l_{crc} - c_0 - x); \\ \sigma_{bt} = \frac{2\tau_u \mu}{d} (0,5l_{crc} - c_0 - x). \end{cases} \quad (3.19)$$

В. Зона упругих деформаций $0 \leq x \leq a_0$.

Длина зоны:

$$a_0 = \frac{\ln(t_1 + \sqrt{t_1^2 + 1})}{\lambda}, \quad (3.20)$$

где $t_1 = \frac{4\tau_u A_s (1 + \alpha)}{\lambda d N \left[1 - \frac{R_{bt,ser} (1 + \alpha) A_s}{N \mu} \right]}$.

Напряжения в арматуре и бетоне:

$$\begin{cases} \sigma_s = \frac{N\alpha}{(1 + \alpha) A_s} + \frac{4\tau_u ch\lambda x}{\lambda dsh\lambda a_0}; \\ \sigma_{bt} = \frac{N\mu}{(1 + \alpha) A_s} - \frac{4\tau_u \mu ch\lambda x}{\lambda dsh\lambda a_0}. \end{cases} \quad (3.21)$$

В этом случае ширину раскрытия трещин находим, суммируя взаимные смещения между арматурой и бетоном на участке между трещинами:

$$a_{crc} = \frac{N}{A_s E_s} \left[l_{crc} - \frac{2a_0}{1 + \alpha} - \frac{4\tau_u b_0^2 A_s}{dN} \left(1 - \frac{2}{\lambda^2 b_0^2} \right) \right]. \quad (3.22)$$

На рис. 3.11 показаны распределения относительных деформаций ε_{bt} и ε_s на участке между трещинами при упругой (а) и упругопластической (б) работе контактной зоны, рассчитанные по формулам (3.16) – (3.21).

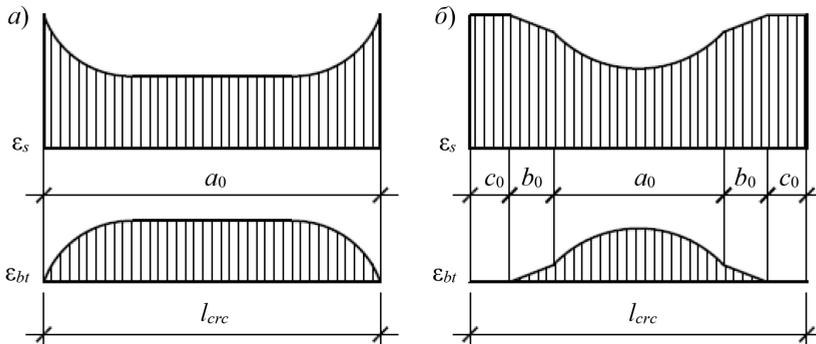


Рис. 3.11. Распределения относительных деформаций в арматуре и бетоне (на уровне арматуры) при упругой (а) и упругопластической (б) работе контактной зоны

Ограничивая диаметр арматуры некоторой величиной, при которой $\tau \leq \tau_u$, мы тем самым продлеваем процесс трещинообразования (рис. 3.12) и соответственно уменьшаем a_{crc} .

Из выражения (3.15), приняв $\sigma_{s0} = 0,5R_s$, получаем

$$d \leq \frac{R_s \lambda}{4\tau_u (1 + \alpha)} \frac{\sqrt{t^2 - 1}}{t}, \quad (3.23)$$

где t определяем по (3.14), принимая $\sigma_{s0} = R_s$.

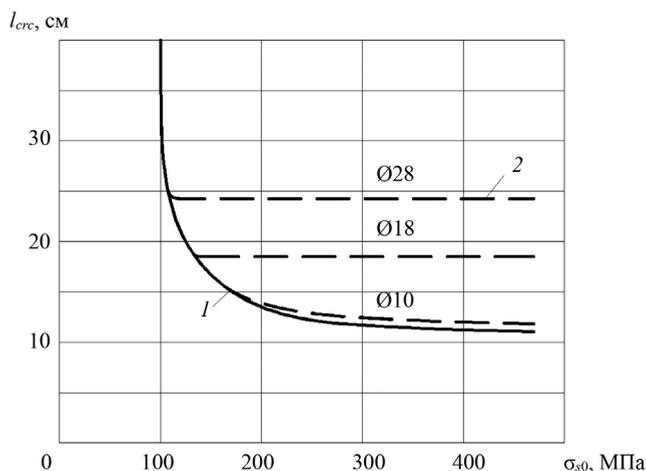


Рис. 3.12. Графики зависимости $\sigma_{s0} - l_{crc}$ при различных диаметрах арматуры: 1 – упругая работа контактного слоя; 2 – упругопластическая

3.2. Оценка работы растянутого бетона между трещинами

Для оценки работы растянутого бетона между трещинами В. И. Мурашев ввел коэффициент ψ_a (ψ_s), который представляет собой отношение $\varepsilon_{sm} / \varepsilon_{s0}$ [30].

При упругой работе контактного слоя

$$\psi_s = \frac{1}{1 + \alpha} \left(\alpha + \frac{th\lambda l_{crc} / 2}{\lambda l_{crc} / 2} \right). \quad (3.24)$$

Максимальное значение ψ_s принимает при абсолютно податливых связях сдвига ($\lambda = 0$), т. е. при полностью нарушенном сцеплении между арматурой и бетоном $\psi_s = 1$.

Определяя значения $th\lambda l_{cr}/2$ и $\lambda l_{cr}/2$ из ранее полученных выражений (3.8) и (3.10) и подставляя в (3.24), окончательно получаем

$$\psi_s = \frac{1}{1 + \alpha} \left[\alpha + \frac{\sqrt{t^2 - 1}}{t \ln(t + \sqrt{t^2 - 1})} \right], \quad (3.25)$$

где t определяем из (3.10).

Влияние усадки бетона сказывается на величине ψ_s наиболее существенно в начальной стадии образования трещин, т. е. при сравнительно небольших напряжениях в арматуре. С увеличением σ_{s0} влияние усадки уменьшается (рис. 3.13).

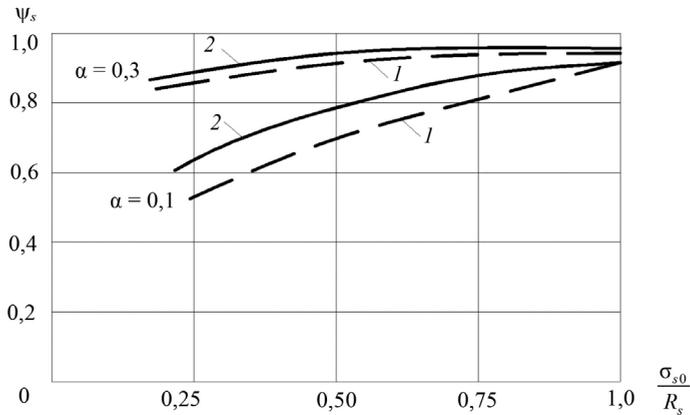


Рис. 3.13. Графики зависимости $\psi_s - \frac{\sigma_{s0}}{R_s}$ при различных значениях α : 1 — без усадки; 2 — с учетом усадки

При упругопластической работе контактного слоя коэффициент ψ_s определяется из выражения

$$\psi_s = 1 - \frac{2a_0}{(1 + \alpha)l_{cr}} - \frac{4\tau_u b_0^2}{dl_{cr} \sigma_{s0}} \left(1 - \frac{2}{\lambda^2 b_0^2} \right), \quad (3.26)$$

где l_{cr} находим из (3.8), принимая t по (3.14); a_0 и b_0 — по (3.20) и (3.18).

3.3. Учет начального напряженного состояния, вызванного усадкой бетона

Как известно, усадка бетона приводит к возникновению в железобетонном элементе начальных напряжений – сжимающих в арматуре и растягивающих в бетоне. Величина усадочных напряжений зависит в первую очередь от В/Ц отношения, процента армирования, параметров сцепления арматуры с бетоном и т. д.

Рассмотрим влияние усадки на напряженное состояние железобетонного элемента. При усадке на контакте арматуры с бетоном возникает сдвигающее усилие. Поскольку процесс усадки протекает без внешней нагрузки, бетон и арматура образуют самоуравновешенную механическую систему: сжимающее усилие в арматуре равно растягивающему усилию в бетоне.

Из решения выражений (2.1), принимая $\Delta = \varepsilon_{sl}$ (где ε_{sl} – относительная деформация свободной усадки бетона), с учетом граничных условий $S_{x=\pm l/2} = 0$ получаем

$$S_{sl} = \frac{\varepsilon_{sl}}{\gamma} \left(\frac{ch\lambda x}{ch\lambda l / 2} - 1 \right). \quad (3.27)$$

Учитывая, что $N_{s,sl} = -S_{sl}$ и $N_{b,sl} = S_{sl}$, определяем напряжение в сжатой арматуре и растянутом бетоне на уровне арматуры:

$$\sigma_{s,sl} = \frac{\varepsilon_{sl}}{A_s \gamma} \left(\frac{ch\lambda x}{ch\lambda l / 2} - 1 \right); \quad (3.28)$$

$$\sigma_{bt,sl} = \varepsilon_{sl} E_b \left\{ 1 + \frac{1}{E_s A_s \gamma} \left[\frac{ch\lambda x}{ch\lambda l / 2} (1 - E_s A_s \gamma) - 1 \right] \right\}. \quad (3.29)$$

Проанализируем влияние параметра сцепления λ на величины $\sigma_{s,sl}$ и $\sigma_{bt,sl}$:
а) в случае абсолютно жестких связей сдвига ($\lambda \rightarrow \infty$)

$$\sigma_{s,sl} = -\frac{\varepsilon_{sl}}{A_s \gamma}; \quad \sigma_{bt,sl} = \varepsilon_{sl} E_b \left(1 - \frac{1}{E_s A_s \gamma} \right); \quad (3.30)$$

б) в случае абсолютно податливых связей сдвига ($\lambda \rightarrow 0$)

$$\sigma_{s,sl} = 0; \quad \sigma_{bt,sl} = 0. \quad (3.31)$$

Влияние коэффициента α на изменение деформаций в арматуре и бетоне показано на графиках рис. 3.14. С увеличением α относительные деформации в арматуре падают, а в бетоне возрастают, что подтверждается экспериментальными исследованиями [125].

Для учета усадки бетона при определении M_{cr} определяем относительные деформации бетона в крайнем растянутом волокне элемента:

$$\varepsilon_{bt,sl} = \frac{\varepsilon_{sl} h^2}{2B_y} \left[-\frac{1}{\gamma_1} \left(\frac{a'}{h} - \frac{1}{3} \right) \left(\frac{1}{ch\lambda_1 l / 2} - 1 \right) - \frac{1}{\gamma} \left(\frac{2}{3} - \frac{a}{h} \right) \left(\frac{1}{ch\lambda l / 2} - 1 \right) \right], \quad (3.32)$$

где $\gamma_1 = \frac{1}{E'_s A_{s1}} + \frac{1}{E_b A} + \frac{(0,5h - a')^2}{B_y}$; $\gamma = \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_b A} + \frac{(0,5h - a)^2}{B_y}$; $\lambda_1 = \sqrt{G_1 \gamma_1}$; $\lambda = \sqrt{G \gamma}$; G_1 и G – модули деформаций сцепления соответственно арматуры A'_s и A_s .

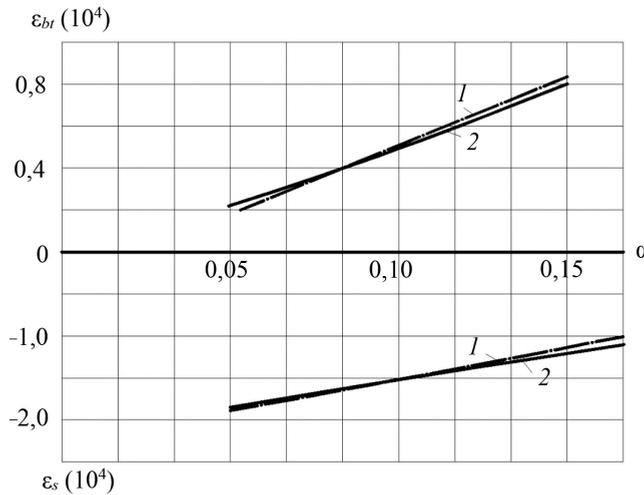


Рис. 3.14. Графики зависимостей $\varepsilon_s - \alpha$ и $\varepsilon_{bt} - \alpha$:
1 – по данным опытов [38]; 2 – по предлагаемой методике

Из выражения (3.32), приравняв его к ε_{ubt} , можно определить коэффициент μ , при котором в элементе возникнут усадочные трещины:

$$\mu = \frac{1}{r}. \quad (3.33)$$

Для случая одностороннего армирования

$$r = \left\{ k - E_s \left[\frac{1}{E_b A} + \frac{[(0,5 - a/h)h]^2}{B_y} \right] \right\} b h_0,$$

где $k = \frac{\varepsilon_{st} h^4 E_s}{2 B_y \varepsilon_{ubt}} (2/3 - a/h) (1 - 1/ch\lambda l / 2)$.

3.4. Анкеровка арматуры в бетоне

Раскрытие трещин в приопорных зонах элемента в существенной степени зависит от надежности анкеровки арматуры в бетоне. Анкеровка может осуществляться либо силами сцепления, либо специальными анкерами на концевых участках элементов. Надежность анкеровки арматуры зависит от многочисленных факторов, которые определяют ее сцепление с бетоном. Именно это обстоятельство создает большие трудности при разработке соответствующего расчетного аппарата. До сих пор в практике проектирования нет достаточно общих, хорошо обоснованных способов расчета анкеровки. В большинстве зарубежных норм напряжения сцепления назначают по данным опытов разными в каждом конкретном случае. В отечественных нормах [104] напряжения сцепления не рассчитывают, но на основании опытов устанавливаются конструктивные правила относительно длины анкеровки.

А. А. Гвоздев отмечал, что расчет прочности анкеровки в бетоне, определение зоны заанкеривания напрягаемой арматуры и другие практические задачи требуют создания хотя бы приближенного расчетного аппарата [34].

В настоящее время для оценки надежности заделки арматуры в бетоне на основании экспериментальных данных и практического опыта эксплуатации железобетонных конструкций рекомендуется ограничить сдвиг арматуры относительно нагруженного торца элемента нормируемой величиной $[\delta]$.

Рассмотрим некоторые наиболее характерные случаи анкеровки.

А. Анкеровка растянутой арматуры в сжатом бетоне.

Используя выражение для расчета δ_l (см. табл. 2.2, п. 4), определяем длину заделки арматуры, полагая, что связи сдвига работают упруго:

$$\delta_l = \frac{\gamma \cdot N}{\lambda \cdot s h \lambda l} \leq [\delta], \quad (3.34)$$

отсюда

$$l_{an} \geq \frac{\ln(t + \sqrt{t^2 + 1})}{\lambda}, \quad (3.35)$$

где $N = R_s A_s$; $t = \frac{R_s(1 + \alpha)}{\lambda E_s [\delta]}$.

Проверяем условие наличия неупругих деформаций в контактной зоне при вычисленной длине заделки:

$$\tau_{\max} = \frac{\lambda R_s d}{4} \cdot \text{cth} \lambda l \leq \tau_u. \quad (3.36)$$

Если это условие не выполняется, то l_{an} необходимо определять с учетом наличия неупругих деформаций в контактной зоне (табл. 2.4, п. 4):

$$\begin{cases} \delta_l = \frac{\{\tau_u S_p [\text{cth} \lambda a_0 + \lambda(l - a_0)] - R_s A_s \lambda\} (1 + \alpha) \text{sh} \lambda a_0}{\lambda^2 E_s A_s} = [\delta]; \\ R_s = \frac{4\tau_u}{d} \left(l - a_0 + \frac{th \lambda a_0}{\lambda} \right). \end{cases} \quad (3.37)$$

Из решения (3.36) и (3.37) получаем

$$l_{an} = \frac{\lambda d R_s + 4\tau_u (a_0 \lambda - th \lambda a_0)}{4\tau_u \lambda}, \quad (3.38)$$

где $a_0 = \frac{\ln(t + \sqrt{t^2 - 1})}{\lambda}$; $t = \frac{4\tau_u (1 + \alpha)}{d \lambda^2 E_s [\delta]}$.

Б. Анкеровка растянутой арматуры в растянутом бетоне.

- При упругой работе связей сдвига ($\tau_{\max} \leq \tau_u$)

$$l_{an} = \frac{\ln(t + \sqrt{t^2 + 1})}{\lambda}, \quad (3.39)$$

где $t = \frac{R_s}{\lambda E_s [\delta] - R_s \alpha}$.

- При упругопластической работе связей сдвига ($\tau_{\max} > \tau_u$)

$$l_{an} = \frac{\lambda d R_s + 4\tau_u (a_0 \lambda - th \lambda a_0)}{4\tau_u \lambda}, \quad (3.40)$$

где $a_0 = \frac{\ln(t + \sqrt{t^2 - 1})}{\lambda}$; $t = \frac{4\tau_u}{[\delta]\lambda^2 d E_s - 4\tau_u \lambda}$.

С увеличением прочности бетона и, соответственно, τ_u и λ длина анкеровки арматуры в бетоне уменьшается (рис. 3.15). При этом, начиная с некоторой величины R , длина анкеровки изменяется незначительно (в пределах 5–10 %). Это обстоятельство подтверждается экспериментальными данными [11, 126, 127].

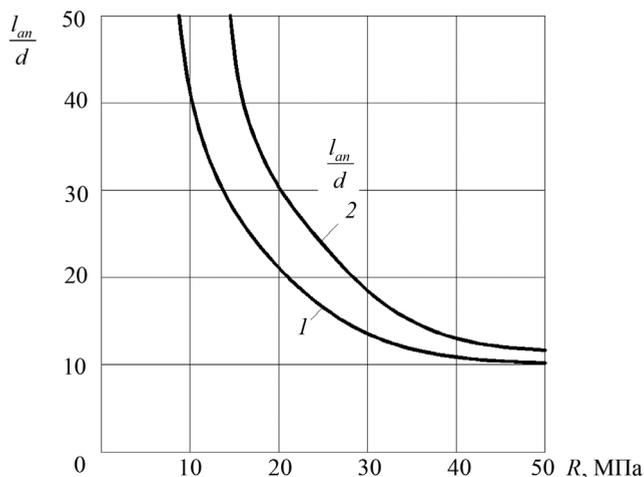


Рис. 3.15. Графики зависимости $\frac{l_{an}}{d} - R$: 1 – анкеровка растянутой арматуры в сжатом бетоне; 2 – в растянутом бетоне

В табл. 3.1 приведены результаты вычислений l_{an} по предлагаемой методике и методике М. М. Холмянского [20].

Таблица 3.1

Результаты вычислений длины анкеровки

Условия анкеровки	Длина анкеровки, см	
	А. В. Трофимов	М. М. Холмянский
Растянутая арматура в сжатом бетоне	19,8 (14d)	20 (14d)
Растянутая арматура в растянутом бетоне	26 (18d)	–

3.5. Анкеровка напрягаемой арматуры (длина зоны передачи напряжений)

Для проектирования предварительно напряженных конструкций с арматурой периодического профиля необходимо знать условия передачи напряжений с арматуры на бетон. После освобождения арматуры с упоров она за счет сил упругости и сцепления обжимает бетон. В результате на концах элемента возникает зона передачи усилий. Вопросу передачи напряжений с арматуры на бетон посвящены многочисленные теоретические и экспериментальные исследования, выполненные как в нашей стране, так и за рубежом [8, 22, 123, 126, 128, 129]. В большинстве случаев испытания проводятся с призматическими или цилиндрическими образцами, по оси которых расположена напрягаемая арматура. При отпуске арматуры изменение напряженного состояния арматуры и бетона определяют по их деформациям. Важной характеристикой является величина взаимного смещения арматуры относительно бетона на торце элемента. По ней можно судить о длине зоны передачи напряжений, используя эмпирические и теоретические зависимости.

Границей зоны передачи напряжений является сечение образца, в котором деформации арматуры и бетона становятся одинаковыми. Однако точное положение границы определить и теоретически, и экспериментально трудно. Кривая изменения напряжений лишь асимптотически стремится к своему постоянному значению. Поэтому пользуются условной величиной зоны передачи напряжений l_p , при которой на бетон передается $0,95\sigma_{sp}^{\max}$. Погрешность в определении обжатия при этом будет ничтожной [126]. Из выражений (2.4) и (2.5) определяем напряжения в арматуре, обжатом бетоне, а также касательные напряжения после отпуска натяжения арматуры, принимая $\Delta = \frac{\sigma_{sp1}}{E_s}$:

$$\begin{cases} \sigma_{sp(x)} = \frac{\sigma_{sp1}}{E_s A_{sp} \gamma} \left(1 - \frac{ch\lambda x}{ch\lambda l / 2} \right); \\ \sigma_{bp(x)} = -\frac{\sigma_{sp1} \mu}{E_s A_{sp} \gamma} \left(1 - \frac{ch\lambda x}{ch\lambda l / 2} \right); \\ \tau_x = \frac{\lambda d \sigma_{sp1}}{4 E_s A_{sp} \gamma} \cdot \frac{sh\lambda x}{ch\lambda l / 2}, \end{cases} \quad (3.41)$$

где σ_{sp1} – предварительные напряжения в напрягаемой арматуре (до бетонирования).

Приравняв $\sigma_{sp(x)}$ к $0,95\sigma_{sp}^{\max}$, определяем длину зоны передачи напряжений:

$$l_p = 0,5l - \frac{\ln\left(t + \sqrt{t^2 - 1}\right)}{\lambda}, \quad (3.42)$$

где $t = 0,05ch\lambda l/2 + 0,95$; l – длина элемента.

Из полученного выражения видно, что длина зоны передачи напряжений зависит от податливости сцепления, которая, в свою очередь, зависит от передаточной прочности бетона R_{bp} .

Схема испытания предварительно напряженных образцов [126] представлена на рис. 3.16.

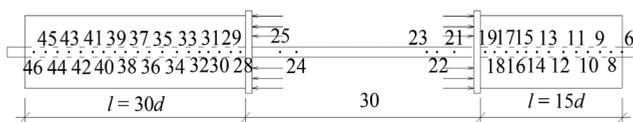


Рис. 3.16. Схема испытания предварительно напряженных образцов (6–46 – тензодатчики на арматуре)

На графиках рис. 3.17 показаны деформации стержня ε_{sp} , измеренные после отпуска натяжения [126]. Характеристики образцов приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Характеристики образцов

Шифр образца	Величина предварительного напряжения, МПа	Прочность бетона, МПа	Размеры образца ($b \times h$), см	Площадь сечения арматуры, см ²
Ш-5-6	340	25,0	14×14	3,31
Ш-6-3	278	27,4		3,50
Ш-6-4	278	43,6		3,46

Увеличение предварительного напряжения при одинаковой прочности бетона, как видно из графиков рис. 3.17, б, не приводит к изменению l_p (табл. 3.3). Увеличение прочности бетона при одинаковой величине предварительного напряжения приводит к уменьшению l_p (см. табл. 3.3, рис. 3.17, а).

3.5. Анкеровка напрягаемой арматуры (длина зоны передачи напряжений)

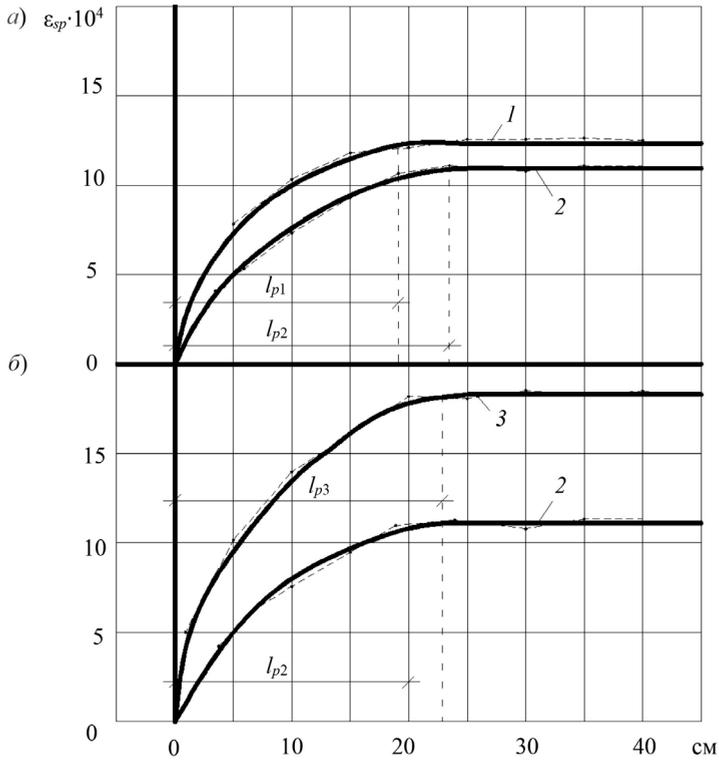


Рис. 3.17. Распределение относительных деформаций в арматуре на конечных участках призм после отпуска натяжения в зависимости: а – от класса бетона; б – от величины предварительного напряжения; 1 – $\sigma_{sp1} = 254$ МПа, $R_{bp} = 44$ МПа; 2 – $\sigma_{sp1} = 239$ МПа, $R_{bp} = 27$ МПа; 3 – $\sigma_{sp1} = 340$ МПа, $R_{bp} = 27$ МПа

Таблица 3.3

Длина зоны передачи напряжений

Варьируемый параметр	Шифр образца	Длина зоны передачи напряжений, см	
		По методике А. В. Трофимова	По данным опытов [126]
R	III-6-3	22,4	21,0
	III-6-4	16,5	15,0
σ_{sp}	III-5-6	22,2	21,0
	III-6-3	22,4	21,0

Если $\sigma_{sp} > \frac{4\tau_u(1+\alpha)}{d} \frac{cth\lambda l / 2}{\lambda}$, в контактном слое появляются неупругие деформации. В этом случае изменения напряжений по длине элемента определяются из выражений табл. 2.3:

а) на участке неупругой работы контактной зоны ($l/2 \geq x \geq l/2 - a_0$)

$$\sigma_{sp(x)} = \frac{4\tau_u}{d} (l/2 - x); \quad (3.43)$$

б) на участке упругой работы контактной зоны ($0 \leq x \leq l/2 - a_0$)

$$\sigma_{sp(x)} = \frac{\sigma_{sp}}{1+\alpha} - \frac{4\tau_u}{\lambda d} \cdot \frac{ch\lambda x}{sh\lambda a_0}. \quad (3.44)$$

В связи с тем что взаимные смещения арматуры и бетона, вызванные передачей напряжений и усадкой бетона, имеют различные знаки, τ_u определяется из выражения

$$\tau_u = \frac{2R_{bt,ser}}{ctg\alpha_0} + \frac{\lambda d \varepsilon_{sl} E_s}{4(1+\alpha)}. \quad (3.45)$$

Длину зоны передачи напряжений находим из ранее принятого условия

$$\sigma_{sp(x)} = 0,95\sigma_{sp(x=0)}^{max}. \quad (3.46)$$

Подставляем в (3.46) соответствующие значения $\sigma_{sp(x)}$ и $\sigma_{sp(x=0)}^{max}$:

$$\begin{aligned} & \frac{4\tau_u}{d} \left(0,5l - a_0 - \frac{ch\lambda x}{\lambda sh\lambda_0} \right) + \frac{\sigma_{sp}}{1+\alpha} = \\ & = \frac{3,8\tau_u}{d} \left(0,5l - a_0 - \frac{1}{\lambda sh\lambda a_0} \right) + \frac{0,95\sigma_{sp}}{1+\alpha}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

отсюда

$$t = ch\lambda x = 0,05\lambda sh\lambda a_0 \left[0,5l - a_0 + \frac{\sigma_{sp} d}{4\tau_u(1+\alpha)} \right] + 0,95. \quad (3.48)$$

Из выражения, представленного в п. 3 табл. 2.3, определяем a_0 , принимая $cth\lambda a_0 = 1$ (численный анализ показал, что ошибка при этом составит менее 1 %). Тогда окончательно

$$t = 0,05(2t_2\lambda - 1)sh[\lambda(0,5l - t_2) + 1] + 0,95, \quad (3.49)$$

где $t_2 = \frac{\sigma_{sp}d}{4\tau_u(1+\alpha)}$.

Подставляя (3.49) в (3.42), определяем длину зоны передачи напряжений с учетом упругопластической работы контактной зоны. На рис. 3.18 показано распределение напряжений в арматуре на участке передачи напряжений при упругой (1) и упругопластической (2) работе контактной зоны. С ростом прочности бетона l_p уменьшается (рис. 3.19). При увеличении величины предварительного напряжения в арматуре l_p возрастает (при упругой работе контактной зоны остается неизменной).

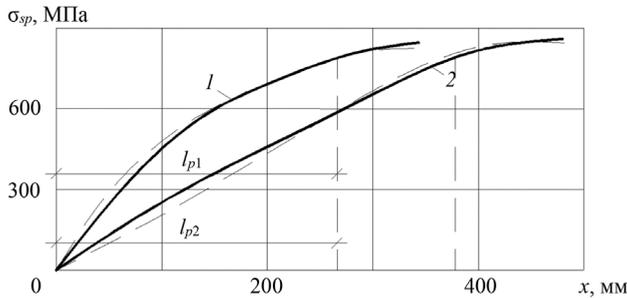


Рис. 3.18. Зона передачи напряжений при упругой (1) и упругопластической (2) работе контактной зоны: (—) – по методике А. В. Трофимова; (---) – по опытам [128]

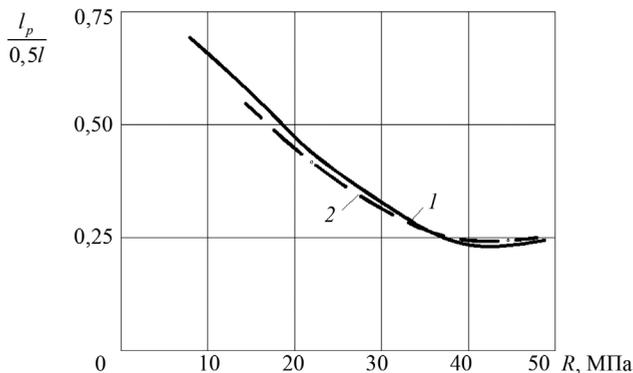


Рис. 3.19. Зависимость относительной длины зоны передачи напряжений от прочности бетона на сжатие: 1 – теоретическая; 2 – опытная [126]

4. РАСЧЕТ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ РАСТЯНУТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧАСТКАМИ С НАРУШЕННЫМ СЦЕПЛЕНИЕМ

4.1. Определение параметра λ для участков с нарушенным сцеплением арматуры с бетоном

Для определения деформационных λ и прочностных τ_u характеристик контактного слоя на участках с нарушенным сцеплением используем параметр χ (относительная прочность сцепления), который был предложен в работе [66] и выражается следующей формулой:

$$\chi = \frac{\tau_{0\tau}}{\tau_0}, \quad (4.1)$$

где $\tau_{0\tau}$ – условные напряжения сцепления при недостаточном или нарушенном сцеплении; τ_0 – условные напряжения сцепления при обеспеченном сцеплении.

Используя формулы, полученные из решения системы (2.4), получаем

$$\chi = \frac{\lambda_{0\tau} th \lambda_{0\tau} l/2}{\lambda_0 th \lambda_0 l/2}. \quad (4.2)$$

Выполнив преобразования, получаем выражение для определения параметра $\lambda_{0\tau}$:

$$\lambda_{0\tau} = \frac{\lambda_0 \chi \cdot th \lambda_0 l/2}{th \lambda_{0\tau} l/2}. \quad (4.3)$$

Параметр сцепления $\lambda_{0\tau}$ для участков с нарушенным сцеплением определяется из уравнения (4.3).

Коэффициент χ изменяется в пределах от 0 до 1,0, т. е. от полностью нарушенного сцепления до обеспеченного сцепления [66]. Все значения коэффициента χ получены автором работы [66] на основании обработки многочисленных экспериментальных данных.

Для элементов, у которых нарушенное сцепление вызвано коррозией арматуры [66, 74, 79, 80] при толщине слоя коррозии до 3 мм, в случае гладкой арматуры $\chi = 0,4-0,5$; в случае арматуры периодического профиля $\chi = 0,6-0,7$. При слое коррозии толщиной более 3 мм $\chi \leq 0,1$. Характерным признаком нарушения сцепления при коррозии арматуры служат продольные трещины вдоль арматуры с шириной раскрытия до 2 мм, отслоение защитного слоя происходит при толщине слоя коррозии более 3 мм.

Для конструкций, подвергшихся воздействию бензина и керосина, $\chi = 1,0$ – в случае арматуры периодического профиля; $\chi = 0,5$ – в случае гладкой арматуры. При воздействии дизельного топлива $\chi = 0,75$ – в случае арматуры периодического профиля; $\chi = 0,4$ – гладкой арматуры [70–72, 81].

Коэффициент χ при воздействии минеральных масел вычисляется по выражению [71]:

$$\chi = (1 - 0,1t), \text{ но не менее } 0,3, \quad (4.4)$$

где 0,1 – коэффициент интенсивности снижения прочности сцепления во времени; t – продолжительность воздействия минеральных масел в годах.

При длительном стационарном нагреве до 100 °С [78, 83] в случае арматуры периодического профиля $\chi = 1,0$ значение χ в случае гладкой арматуры приведены в табл. 4.1. Влияние нагрева на прочность сцепления при пожаре [83] характеризуется значениями χ , представленными в табл. 4.2. Коэффициенты χ , полученные автором работы [66] на основании обработанных данных из работы [77], приведены в табл. 4.3.

Таблица 4.1

Значения коэффициента χ для гладкой арматуры при стационарном нагреве

Температура нагрева, °С	χ
20	1,0
60	0,85
120	0,725
180	0,7

Таблица 4.2

Значения коэффициента χ при пожаре

Температура нагрева, °С	χ
150	0,7
200	0,6
300	0,4
400	0,3
500	0,15

Таблица 4.3

Опытные значения коэффициента χ

При минимальной температуре, °С		
Ниже -40	От -20 до -40	До -20
0,7–0,8	0,8–0,9	0,9–0,95

При механических повреждениях, приводящих к нарушению сцепления, коэффициент χ определяем по формуле [66]:

$$\chi = \frac{(S_p - S_{p(0\tau)})}{S_p}, \quad (4.5)$$

где S_p – периметр арматурного стержня; $S_{p(0\tau)}$ – часть периметра арматурного стержня, на котором вследствие механических повреждений отсутствует сцепление с бетоном.

4.2. Работа контактного слоя в упругой стадии

Под нарушенным сцеплением в данной работе понимается такое состояние контакта между арматурой и бетоном, вызванное внешним воздействием, в результате которого происходит увеличение деформационных и уменьшение прочностных характеристик контактного слоя на определенном участке элемента. Рассмотрим центрально растянутый элемент с двумя несимметрично расположенными участками нарушенного сцепления. Участки l_1, l_3, l_5 имеют параметр сцепления λ_1 , а участки $l_2, l_4 - \lambda_2$ (рис. 4.1).

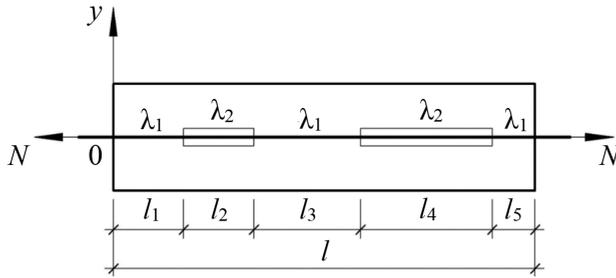


Рис. 4.1. Расчетная схема элемента

Имеются две схемы загрузки железобетонного элемента:

- 1) нагрузка прикладывается к арматурному стержню;
- 2) нагрузка прикладывается к бетонной призме.

Вывод основных зависимостей выполним на примере первого случая загрузки.

Рассмотрим участки l_1 ($0 \geq x \geq l_1$) и l_5 ($0 \geq x \geq l_5$). Перераспределение напряжений между арматурой и бетоном на данных участках будет аналогично перераспределению напряжений на концевых участках в элементе длиной l и с параметром сцепления λ_1 по всей длине элемента (рис. 4.2).

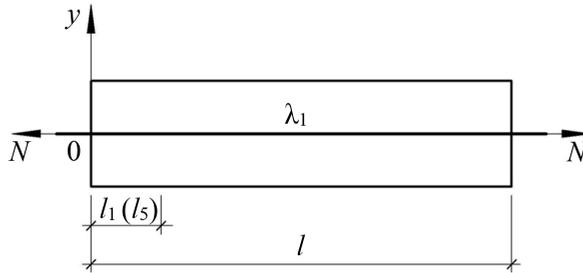


Рис. 4.2. Расчетная схема участков l_1 и l_5

Решение системы уравнений (2.4) для этого случая примет вид

$$\begin{cases} S = C_1 sh\lambda_1 x + C_2 ch\lambda_1 x - \frac{\Delta}{\gamma}; \\ S' = \lambda [C_1 ch\lambda_1 x + C_2 sh\lambda_1 x]; \\ S'' = \lambda^2 [C_1 sh\lambda_1 x + C_2 ch\lambda_1 x], \end{cases} \quad (4.6)$$

$$\text{где } \Delta = -\frac{N}{E_s A_s}; \gamma = \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_b A_b} = \frac{1+\alpha}{E_s A_s}; \alpha = \frac{E_s A_s}{E_b A_b}.$$

Принимая начало координат у левого края элемента, определяем произвольные постоянные C_1 и C_2 из граничных условий $S_{x=0} = 0$ и $S_{x=l} = 0$ (свободный сдвиг арматуры):

$$C_1 = \frac{N}{(1+\alpha)} \left(\frac{ch\lambda_1 l - 1}{sh\lambda_1 l} \right); C_2 = -\frac{N}{(1+\alpha)}. \quad (4.7)$$

Подставив найденные значения (4.7) в (4.6) и выполнив преобразования, определяем $\varepsilon_{s(x)}$, $\varepsilon_{bt(x)}$ и τ_x :

$$S = \frac{N}{(1+\alpha)} \left(\left(\frac{ch\lambda_1 l - 1}{sh\lambda_1 l} \right) sh\lambda_1 x - ch\lambda_1 x + 1 \right); \quad (4.8)$$

$$\varepsilon_{s(x)} = \frac{N - S}{E_s A_s} = \frac{N}{(1+\alpha) E_s A_s} \left(\left(\frac{1 - ch\lambda_1 l}{sh\lambda_1 l} \right) sh\lambda_1 x + ch\lambda_1 x + \alpha \right);$$

$$\varepsilon_{bt(x)} = \frac{S}{E_b A_b} = \frac{\alpha N}{(1+\alpha) E_s A_s} \left(\left(\frac{ch\lambda_1 l - 1}{sh\lambda_1 l} \right) sh\lambda_1 x - ch\lambda_1 x + 1 \right); \quad (4.9)$$

$$\tau_x = \frac{S'}{S_p} = \frac{\lambda_1 N}{(1+\alpha) S_p} \left(\left(\frac{ch\lambda_1 l - 1}{sh\lambda_1 l} \right) ch\lambda_1 x - sh\lambda_1 x \right),$$

где S_p – периметр арматуры.

Смещение арматуры относительно бетона δ_0 является одним из основных параметров, отражающих работу контактного слоя. Определим взаимные смещения между арматурой и бетоном на участках l_1 и l_5 . Сдвиг арматуры относительно бетона находим, интегрируя разность относительных деформаций ε_s и ε_{bt} на этих участках:

$$\delta_0 = \int_0^{l_1} (\varepsilon_s - \varepsilon_{bt}) dx = \frac{N}{\lambda_1 E_s A_s} \left(\left(\frac{(1 - ch\lambda_1 l)(ch\lambda_1 l_1 - 1)}{sh\lambda_1 l} \right) + sh\lambda_1 l_1 \right). \quad (4.10)$$

Для участка l_5 ($0 \geq x \geq l_5$) в формуле (4.10) значение l_1 заменяется на значение l_5 .

Рассмотрим участки l_2 ($0 \geq x \geq l_2$) и l_4 ($0 \geq x \geq l_4$). Мысленно отсечем участки l_1 и l_5 . Отбрасываем связи и заменяем их реакциями (рис. 4.3).

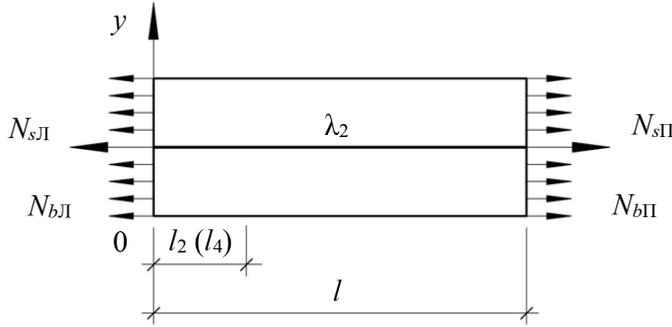


Рис. 4.3. Расчетная схема участков

Величины реакций находим из решения (4.9) крайних участков элемента:

$$\begin{aligned} N_{sЛ} &= \varepsilon_{s(l_1)} E_s A_s; \quad N_{bЛ} = \varepsilon_{b(l_1)} E_b A_b; \\ N_{sП} &= \varepsilon_{s(l_5)} E_s A_s; \quad N_{bП} = \varepsilon_{b(l_5)} E_b A_b, \end{aligned} \quad (4.11)$$

где $\varepsilon_{s(l_1)}$, $\varepsilon_{s(l_5)}$ – относительные деформации в арматуре соответственно на расстоянии l_1 и l_5 от края элемента; $\varepsilon_{b(l_1)}$, $\varepsilon_{b(l_5)}$ – относительные деформации в бетоне соответственно на расстоянии l_1 и l_5 от края элемента.

Выполняем расчет элемента длиной l_{24} ($l_{24} = l_4 + l_3 + l_4$) с параметром сцепления λ_2 по всей длине.

Используем решение системы уравнений (4.6), где $\Delta = \frac{N_{sЛ}}{E_s A_s} - \frac{N_{bЛ}}{E_b A_b}$.

Запишем граничные условия для этого участка: $S_{x=0} = 0$ и $S_{x=l_{24}} = N_{sП} - N_{bП}$. Вычислим произвольные постоянные:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{(N_{sП} - N_{sЛ})}{sh\lambda_2 l_{24}} + \frac{N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ}}{1 + \alpha} \left(\frac{1 - ch\lambda_2 l_{24}}{sh\lambda_2 l_{24}} \right); \\ C_2 &= \frac{N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ}}{1 + \alpha}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

тогда сдвигающее усилие

$$\begin{aligned} S &= \frac{(N_{sП} - N_{sЛ}) \cdot sh\lambda_2 x}{sh\lambda_2 l_{24}} + \frac{(N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ})}{1 + \alpha} \times \\ &\times \left(\left(\frac{1 - ch\lambda_2 l_{24}}{sh\lambda_2 l_{24}} \right) \cdot sh\lambda_2 x + ch\lambda_2 x - 1 \right). \end{aligned} \quad (4.13)$$

Подставив найденные значения (4.7) в (4.6) и выполнив преобразования, определяем $\varepsilon_{s(x)}$, $\varepsilon_{bt(x)}$ и τ_x :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{s(x)} &= \frac{N_{sЛ}}{E_s A_s} + \frac{(N_{sП} - N_{sЛ})sh\lambda_2 x}{E_s A_s \cdot sh\lambda_2 l_{24}} + \frac{(N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ})}{(1 + \alpha)E_s A_s} \times \\ &\quad \times \left(\left(\frac{1 - ch\lambda_2 l_{24}}{sh\lambda_2 l_{24}} \right) sh\lambda_2 x + ch\lambda_2 x - 1 \right); \\ \varepsilon_{bt(x)} &= \frac{\alpha N_{bЛ}}{E_s A_s} - \frac{\alpha(N_{sП} - N_{sЛ})sh\lambda_2 x}{E_s A_s \cdot sh\lambda_2 l_{24}} - \frac{\alpha(N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ})}{(1 + \alpha)E_s A_s} \times \\ &\quad \times \left(\left(\frac{1 - ch\lambda_2 l_{24}}{sh\lambda_2 l_{24}} \right) \cdot sh\lambda_2 x + ch\lambda_2 x - 1 \right); \\ \tau_x &= \frac{\lambda_2 (N_{sП} - N_{sЛ}) \cdot ch\lambda_2 x}{S_p \cdot sh\lambda_2 l_{24}} + \frac{\lambda (N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ})}{(1 + \alpha)S_p} \times \\ &\quad \times \left(\left(\frac{1 - ch\lambda_2 l_{24}}{sh\lambda_2 l_{24}} \right) \cdot ch\lambda_2 x + sh\lambda_2 x \right).\end{aligned}\tag{4.14}$$

Смещения арматуры относительно бетона находим по аналогии с участками l_1 и l_5 , интегрируя разность относительных деформаций арматуры и бетона на этих участках:

$$\begin{aligned}\delta_0 &= \int_0^{l_2} (\varepsilon_s - \varepsilon_{bt}) dx = \frac{(N_{sП} - N_{sЛ})(1 + \alpha)(ch\lambda_2 l_2 - 1)}{\lambda_1 E_s A_s \cdot sh\lambda_2 l_{24}} + \\ &\quad + \frac{N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ}}{\lambda_1 E_s A_s} \left(\left(\frac{(1 - ch\lambda_2 l_{24})(ch\lambda_2 l_2 - 1)}{sh\lambda_2 l_{24}} \right) + sh\lambda_2 l_2 \right).\end{aligned}\tag{4.15}$$

По аналогии с участками l_2 и l_4 выполняем расчет центрального участка l_3 ($0 \geq x \geq l_3$). Мысленно отсекаем участки l_2 и l_4 , отбрасываем связи и заменяем их реакциями (рис. 4.4). Величины реакций находим из решения двух крайних участков:

$$\begin{aligned}N_{sЛ} &= \varepsilon_{s(l_2)} E_s A_s; N_{bЛ} = \varepsilon_{b(l_2)} E_b A_b; \\ N_{sП} &= \varepsilon_{s(l_4)} E_s A_s; N_{bП} = \varepsilon_{b(l_4)} E_b A_b,\end{aligned}\tag{4.16}$$

где $\varepsilon_{s(l_2)}$, $\varepsilon_{s(l_4)}$ – относительные деформации в арматуре соответственно на расстояниях l_2 и l_4 от края элемента; $\varepsilon_{b(l_2)}$, $\varepsilon_{b(l_4)}$ – относительные деформации в бетоне соответственно на расстояниях l_2 и l_4 от края элемента.

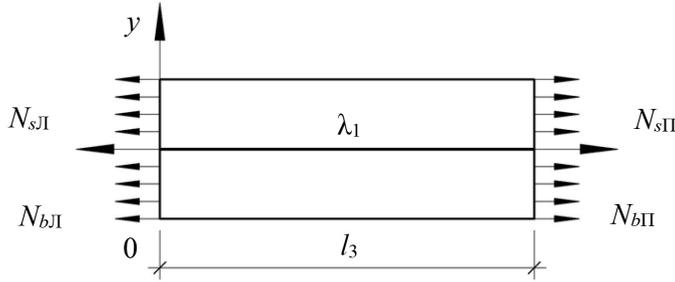


Рис. 4.4. Расчетная схема центрального участка длиной l_3

Формулы для расчета центрального участка аналогичны формулам расчета участков l_2 и l_4 , значение l_{24} заменяется значением l_3 , а λ_2 – значением λ_1 .

При несимметричном расположении участков с различными параметрами сцепления λ_1 и λ_2 положение нулевой точки эпюры касательных напряжений не совпадает с геометрическим центром всего элемента, как это имеет место у элемента с единым параметром сцепления. Таким образом, необходимо определить координату нулевой точки эпюры касательных напряжений. Из условия $\tau_x = 0$ получаем

$$cth\lambda_1 c = -\frac{1}{\frac{(N_{сП} - N_{сЛ})(1 + \alpha)}{(N_{сЛ} - \alpha N_{бЛ})sh\lambda_1 l_3} + \frac{1 - ch\lambda_1 l_3}{sh\lambda_1 l_3}}. \quad (4.17)$$

Выражение в правой части уравнения обозначим Z , тогда решение (4.17) будет иметь вид

$$c = \frac{arcth Z}{\lambda_1} = \frac{1}{2\lambda_1} \ln \left(\frac{Z+1}{Z-1} \right). \quad (4.18)$$

На участке l_3 ($0 \geq x \geq l_3$) взаимный сдвиг арматуры и бетона находим, интегрируя разность относительных деформаций арматуры и бетона на длине от края элемента до нулевой точки эпюры касательных напряжений:

$$\delta_{0Л} = \int_0^c (\varepsilon_s - \varepsilon_{bt}) dx = \frac{(N_{сП} - N_{сЛ})(1 + \alpha)(ch\lambda_1 c - 1)}{\lambda_1 E_s A_s \cdot sh\lambda_1 l_3} + \frac{N_{сЛ} - \alpha N_{бЛ}}{\lambda_1 E_s A_s} \left(\left(\frac{(1 - ch\lambda_1 l_3)(ch\lambda_1 c - 1)}{sh\lambda_1 l_3} \right) + sh\lambda_1 c \right); \quad (4.19)$$

$$\delta_{0\Pi} = \int_0^{l_3-c} (\varepsilon_s - \varepsilon_{bt}) dx = \frac{(N_{s\Pi} - N_{s\Pi})(1 + \alpha)(ch\lambda_1(l_3 - c) - 1)}{\lambda_1 E_s A_s \cdot sh\lambda_1 l_3} + \frac{N_{s\Pi} - \alpha N_{b\Pi}}{\lambda_1 E_s A_s} \left(\left(\frac{(1 - ch\lambda_1 l_3)(ch\lambda_1(l_3 - c) - 1)}{sh\lambda_1 l_3} \right) + sh\lambda_1(l_3 - c) \right). \quad (4.20)$$

На рис. 4.5 показано распределение относительных деформаций в арматуре ε_s , бетоне ε_{bt} и касательных напряжений в контактном слое τ по длине элемента. Если в вышеприведенных зависимостях принять единый параметр сцепления λ на всех участках элемента, то распределение относительных деформаций и касательных напряжений будет соответствовать их распределению в элементе без участков нарушенного сцепления.

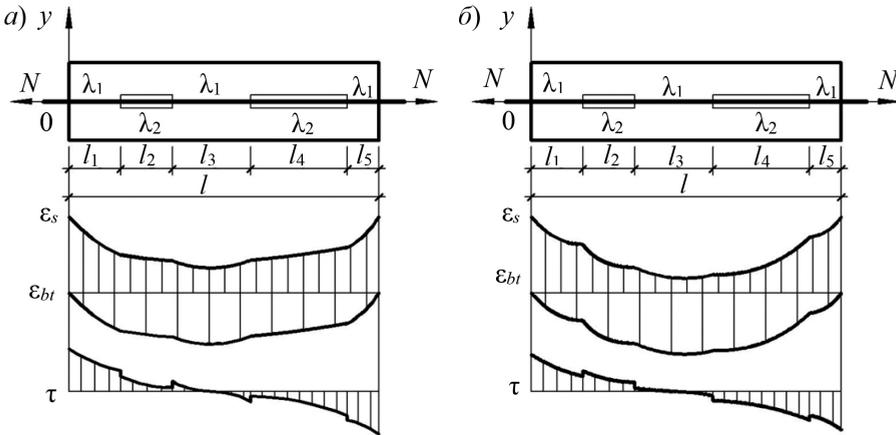


Рис. 4.5. Распределение относительных деформаций в арматуре ε_s , бетоне ε_{bt} и касательных напряжений в контактном слое τ по длине элемента: а – при условии $\lambda_1 > \lambda_2$; б – при условии $\lambda_1 < \lambda_2$

Суммарный сдвиг у края элемента определяется как сумма сдвигов со всех участков от края элемента до нулевой точки эпюры касательных напряжений:

$$\delta_0 = \delta_{l_1} + \delta_{l_2} + \delta_c. \quad (4.21)$$

Сдвиг на торцах элемента рассчитывается отдельно от нулевой точки эпюры касательных напряжений для каждого участка.

На рис. 4.6 и 4.7 приведены графики сдвига арматурного стержня у загруженного конца элемента δ_l в зависимости от длин участков с различными параметрами сцепления арматуры с бетоном. Как видно из графика рис. 4.7, увеличение длины участка с меньшим параметром сцепления от края элемента в большей степени влияет на взаимные смещения арматуры относительно бетона, чем рост длины участка с меньшим параметром сцепления от центра элемента (см. рис. 4.6).

Взаимные смещения арматуры и бетона непосредственно влияют на ширину раскрытия трещин. Таким образом, расположение участков нарушенного сцепления у берегов трещины будет иметь большее влияние на ширину ее раскрытия, чем расположение участков нарушенного сцепления в центральной зоне участка между двумя смежными трещинами.

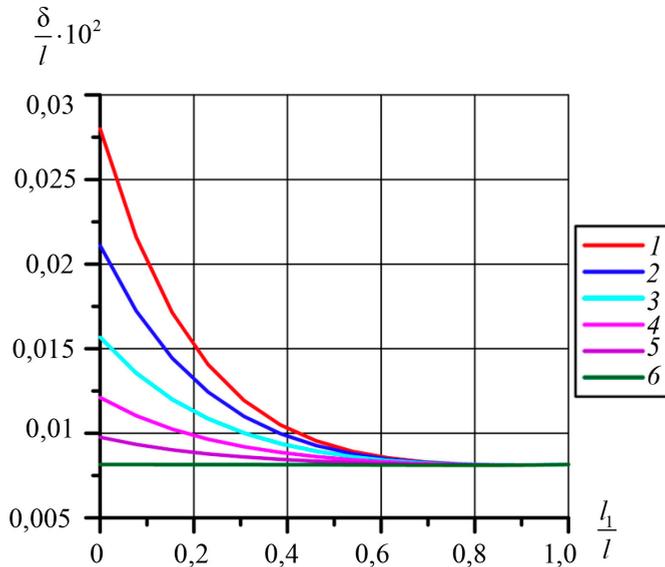


Рис. 4.6. Графики зависимости $\frac{\delta}{l} - \frac{l_1}{l}$ при различных отношениях λ_1/λ_2 :
 1 – 0,17; 2 – 0,33; 3 – 0,5; 4 – 0,67; 5 – 0,83; 6 – 1,0

В табл. 4.4, 4.5, 4.6 приведены формулы для нахождения всех необходимых параметров различных схем загрузки расчетных участков.

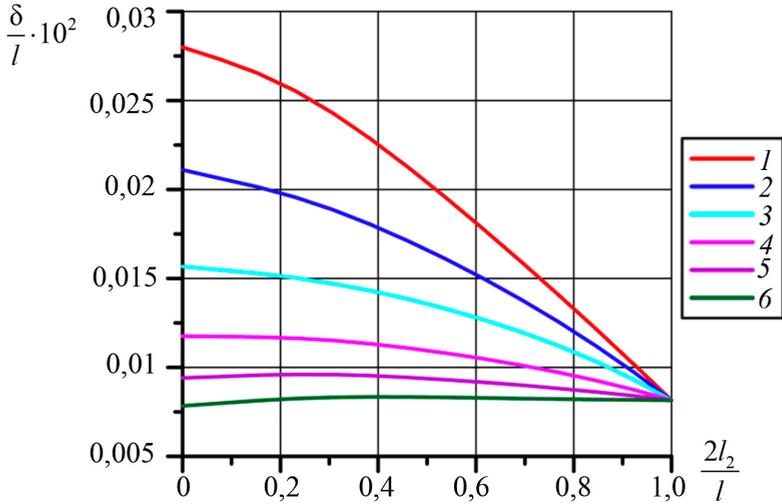


Рис. 4.7. Графики зависимости $\frac{\delta}{l} - \frac{2l_2}{l}$ при различных отношениях λ_1/λ_2 :
 1 – 0,17; 2 – 0,33; 3 – 0,5; 4 – 0,67; 5 – 0,83; 6 – 1,0

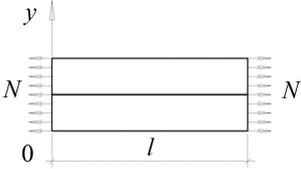
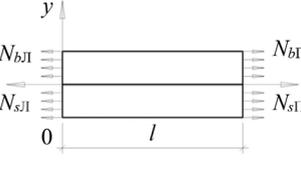
Таблица 4.4

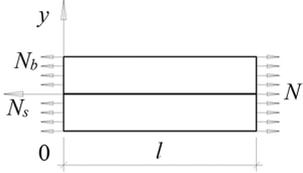
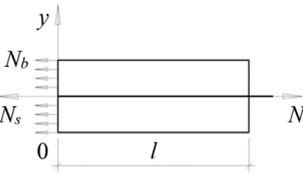
Определение относительных деформаций арматуры $\varepsilon_{s(x)}$ и бетона $\varepsilon_{bt(x)}$ при упругой работе контактного слоя

№ п/п	Расчетная схема элемента	Формулы для определения относительных деформаций арматуры $\varepsilon_{s(x)}$ и бетона $\varepsilon_{bt(x)}$	
1		$\varepsilon_{s(x)}$	$\frac{N}{(1 + \alpha) E_s A_s} \times \left(\left(\frac{1 - ch\lambda l}{sh\lambda l} \right) sh\lambda x + ch\lambda x + \alpha \right)$
		$\varepsilon_{bt(x)}$	$\frac{\alpha N}{(1 + \alpha) E_s A_s} \left(\left(\frac{ch\lambda l - 1}{sh\lambda l} \right) sh\lambda x - ch\lambda x + 1 \right)$
		τ_x	$\frac{\lambda N}{(1 + \alpha) S_p} \left(\left(\frac{ch\lambda l - 1}{sh\lambda l} \right) ch\lambda x - sh\lambda x \right)$

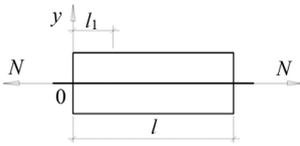
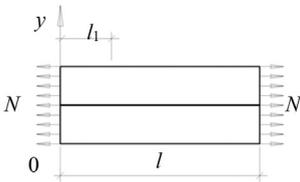
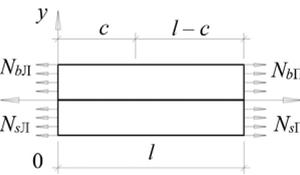
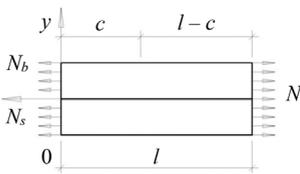
4.2. Работа контактного слоя в упругой стадии

Продолжение табл. 4.4

№ п/п	Расчетная схема элемента	Формулы для определения относительных деформаций арматуры $\varepsilon_{s(x)}$ и бетона $\varepsilon_{bt(x)}$	
2		$\varepsilon_{s(x)}$	$\frac{\alpha N}{(1 + \alpha) E_s A_s} \times \left(\left(\frac{ch\lambda l - 1}{sh\lambda l} \right) sh\lambda x - ch\lambda x + 1 \right)$
		$\varepsilon_{bt(x)}$	$\frac{\alpha N}{(1 + \alpha) E_s A_s} \times \left(\alpha \left(\frac{1 - ch\lambda l}{sh\lambda l} \right) sh\lambda x + \alpha ch\lambda x + 1 \right)$
		τ_x	$\frac{\lambda \alpha N}{(1 + \alpha) S_p} \left(\left(\frac{ch\lambda l - 1}{sh\lambda l} \right) ch\lambda x - sh\lambda x \right)$
3		$\varepsilon_{s(x)}$	$\frac{N_{sЛ}}{E_s A_s} + \frac{(N_{сП} - N_{сЛ}) sh\lambda x}{E_s A_s \cdot sh\lambda l} + \frac{(N_{сЛ} - \alpha N_{бЛ})}{(1 + \alpha) E_s A_s} \times \left(\left(\frac{1 - ch\lambda l}{sh\lambda l} \right) sh\lambda x + ch\lambda x - 1 \right)$
		$\varepsilon_{bt(x)}$	$\frac{\alpha N_{бЛ}}{E_s A_s} - \frac{\alpha (N_{сП} - N_{сЛ}) sh\lambda x}{E_s A_s \cdot sh\lambda l} - \frac{\alpha (N_{сЛ} - \alpha N_{бЛ})}{(1 + \alpha) E_s A_s} \times \left(\left(\frac{1 - ch\lambda l}{sh\lambda l} \right) \cdot sh\lambda x + ch\lambda x - 1 \right)$
		τ_x	$\frac{\lambda (N_{сП} - N_{сЛ}) \cdot ch\lambda x}{S_p \cdot sh\lambda l} + \frac{\lambda (N_{сЛ} - \alpha N_{бЛ})}{(1 + \alpha) S_p} \times \left(\left(\frac{1 - ch\lambda l}{sh\lambda l} \right) \cdot ch\lambda x + sh\lambda x \right)$

№ п/п	Расчетная схема элемента	Формулы для определения относительных деформаций арматуры $\varepsilon_{s(x)}$ и бетона $\varepsilon_{bt(x)}$	
4		$\varepsilon_{s(x)}$	$\frac{N_s}{E_s A_s} \left(1 - \frac{sh\lambda x}{sh\lambda l} \right) + \frac{N_s - \alpha N_b}{(1 + \alpha) E_s A_s} \times$ $\times \left(\left(\frac{ch\lambda l - 1}{sh\lambda l} \right) sh\lambda x - ch\lambda x + 1 \right)$
		$\varepsilon_{bt(x)}$	$\frac{\alpha N_b}{E_s A_s} + \frac{\alpha N_s \cdot sh\lambda x}{E_s A_s \cdot sh\lambda l} + \frac{\alpha (N_s - \alpha N_b)}{(1 + \alpha) E_s A_s} \times$ $\times \left(\left(\frac{1 - ch\lambda l}{sh\lambda l} \right) sh\lambda x + ch\lambda x - 1 \right)$
		τ_x	$\frac{\lambda N_s \cdot ch\lambda x}{S_p \cdot sh\lambda l} + \frac{\lambda (N_s - \alpha N_b)}{(1 + \alpha) S_p} \times$ $\times \left(\left(\frac{1 - ch\lambda l}{sh\lambda l} \right) ch\lambda x + sh\lambda x \right)$
5		$\varepsilon_{s(x)}$	$\frac{N_s}{E_s A_s} + \frac{N_b \cdot sh\lambda x}{E_s A_s \cdot sh\lambda l} + \frac{N_s - \alpha N_b}{(1 + \alpha) E_s A_s} \times$ $\times \left(\left(\frac{1 - ch\lambda l}{sh\lambda l} \right) \cdot sh\lambda x + ch\lambda x - 1 \right)$
		$\varepsilon_{bt(x)}$	$\frac{\alpha N_b}{E_s A_s} \left(1 - \frac{sh\lambda x}{sh\lambda l} \right) + \frac{\alpha (N_s - \alpha N_b)}{(1 + \alpha) E_s A_s} \times$ $\times \left(\left(\frac{ch\lambda l - 1}{sh\lambda l} \right) \cdot sh\lambda x - ch\lambda x + 1 \right)$
		τ_x	$\frac{\lambda N_b \cdot ch\lambda x}{S_p \cdot sh\lambda l} + \frac{\lambda (N_s - \alpha N_b)}{(1 + \alpha) S_p} \times$ $\times \left(\left(\frac{1 - ch\lambda l}{sh\lambda l} \right) ch\lambda x + sh\lambda x \right)$

**Определение взаимных смещений на торце участков
для различных схем загрузки при упругой работе контактного слоя**

№ п/п	Расчетная схема элемента	Формулы для определения взаимных смещений
1		$\frac{N}{\lambda E_s A_s} \left(\left(\frac{(1 - ch\lambda l)(ch\lambda l_1 - 1)}{sh\lambda l} \right) + sh\lambda l_1 \right)$
2		$\frac{\alpha N}{\lambda E_s A_s} \left(\left(\frac{(ch\lambda l - 1)(ch\lambda l_1 - 1)}{sh\lambda l} \right) - sh\lambda l_1 \right)$
3		$\frac{(N_{sП} - N_{sЛ})(1 + \alpha)(ch\lambda c - 1)}{\lambda E_s A_s \cdot sh\lambda l} + \frac{N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ}}{\lambda E_s A_s} \times \left(\left(\frac{(1 - ch\lambda l)(ch\lambda c - 1)}{sh\lambda l} \right) + sh\lambda c \right)$
		$\frac{(N_{sЛ} - N_{sП})(1 + \alpha)(ch\lambda(l - c) - 1)}{\lambda E_s A_s sh\lambda l} + \frac{N_{sП} - \alpha N_{bП}}{\lambda E_s A_s} \times \left(\left(\frac{(1 - ch\lambda l)(ch\lambda(l - c) - 1)}{sh\lambda l} \right) + sh\lambda(l - c) \right)$
4		$\frac{(1 + \alpha) N_s (1 - ch\lambda c)}{\lambda E_s A_s \cdot sh\lambda l} + \frac{N_s - \alpha N_b}{\lambda E_s A_s} \times \left(\left(\frac{(1 - ch\lambda l)(ch\lambda c - 1)}{sh\lambda l} \right) + sh\lambda c \right)$

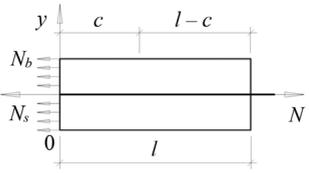
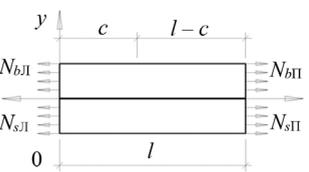
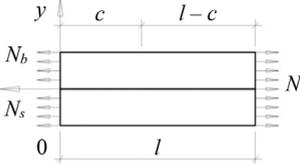
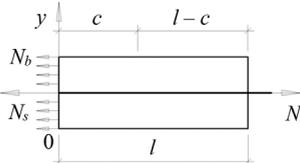
№ п/п	Расчетная схема элемента	Формулы для определения взаимных смещений
4		$\frac{(1 + \alpha) N_s (ch\lambda(l - c) - 1)}{\lambda E_s A_s \cdot sh\lambda l} + \frac{\alpha N}{\lambda E_s A_s} \times$ $\times \left(\frac{\left(\frac{(ch\lambda l - 1)(ch\lambda(l - c) - 1)}{sh\lambda l} \right)}{-sh\lambda(l - c)} \right)$
5		$\frac{(1 + \alpha) N_b (ch\lambda c - 1)}{\lambda E_s A_s sh\lambda l} + \frac{N_s - \alpha N_b}{\lambda E_s A_s} \times$ $\times \left(\left(\frac{(1 - ch\lambda l)(ch\lambda c - 1)}{sh\lambda l} \right) + sh\lambda c \right)$
		$\frac{(1 + \alpha) N_b (ch\lambda(l - c) - 1)}{\lambda E_s A_s sh\lambda l} + \frac{N}{\lambda E_s A_s} \times$ $\times \left(\left(\frac{(1 - ch\lambda l)(ch\lambda(l - c) - 1)}{sh\lambda l} \right) + sh\lambda(l - c) \right)$

Таблица 4.6

Определение нулевой точки эпюры касательных напряжений для различных схем загрузки участков

№ схемы	Расчетная схема элемента	Формулы для координаты нулевой точки эпюры касательных напряжений
3		$c = \frac{1}{2\lambda} \ln \left(\frac{Z + 1}{Z - 1} \right);$ $Z = - \frac{1}{\frac{(N_{sП} - N_{sЛ})(1 + \alpha)}{(N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ}) sh\lambda l} + \frac{1 - ch\lambda l}{sh\lambda l}}$

№ схе- мы	Расчетная схема элемента	Формулы для координаты нулевой точки эпюры касательных напряжений
4		$c = \frac{1}{2\lambda} \ln \left(\frac{Z+1}{Z-1} \right);$ $Z = - \frac{1}{\frac{N_s(1+\alpha)}{(N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ})sh\lambda l} + \frac{1-ch\lambda l}{sh\lambda l}}$
5		$c = \frac{1}{2\lambda} \ln \left(\frac{Z+1}{Z-1} \right);$ $Z = - \frac{1}{\frac{N_b(1+\alpha)}{(N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ})sh\lambda l} + \frac{1-ch\lambda l}{sh\lambda l}}$

4.3. Работа контактного слоя в упругопластической стадии

При увеличении нагрузки касательные напряжения достигают некоторого предельного значения и происходит отклонение взаимных смещений от линейной зависимости. На этой стадии работы контактного слоя появляются неупругие деформации, которые по мере роста нагрузки распространяются в глубь железобетонного элемента.

Предельное значение касательных напряжений для участков с обеспеченным сцеплением было показано в подразделе 2.3, оно определяется по формуле

$$\tau_u = \frac{2R_{bt,ser}}{ctg\alpha_0}, \quad (4.22)$$

где α_0 – условный угол наклона бетонного выступа к продольной оси стержня.

В работе М. М. Холмянского [20] значение $ctg\alpha_0$ предлагается принимать в первом приближении равным 0,3. Для участков с нарушенным сцеплением τ_u определяем с учетом формулы (4.1).

Для элементов в табл. 4.4, п. 1 и 2, формулы основных параметров $\varepsilon_{s(x)}$, $\varepsilon_{bt(x)}$ и τ_x и α_0 представлены в табл. 2.1. Найдем эти параметры для различных

вариантов приложения нагрузки. Вывод формул произведем на примере элемента из табл. 4.4, п. 3. Работу контакта рассматриваем в соответствии с идеализированной двухлинейной диаграммой (см. рис. 2.7). Начало координат принимаем в нулевой точке эпюры касательных напряжений (рис. 4.8).

На участке неупругой работы контактного слоя $c \geq x \geq a_0$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{s(x)} &= \frac{N_{sЛ} + S}{E_s A_s} = \frac{N_{sЛ}}{E_s A_s} + \frac{\tau_u S_p (c - x)}{E_s A_s}; \\ \varepsilon_{bl(x)} &= \frac{N_{bЛ} - S}{E_b A_b} = \frac{\alpha N_{bЛ}}{E_s A_s} - \frac{\tau_u S_p (c - x)}{E_s A_s}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\tau_x = \tau_u.$$

На участке упругой работы контактного слоя $a_0 \geq x \geq 0$; определяем граничные условия для этого участка: $S'_{x=0} = 0$ и $S'_{x=a_0} = \tau_u S_p$, $C_1 = 0$; $C_2 = \frac{\tau_u S_p}{\lambda_1}$.

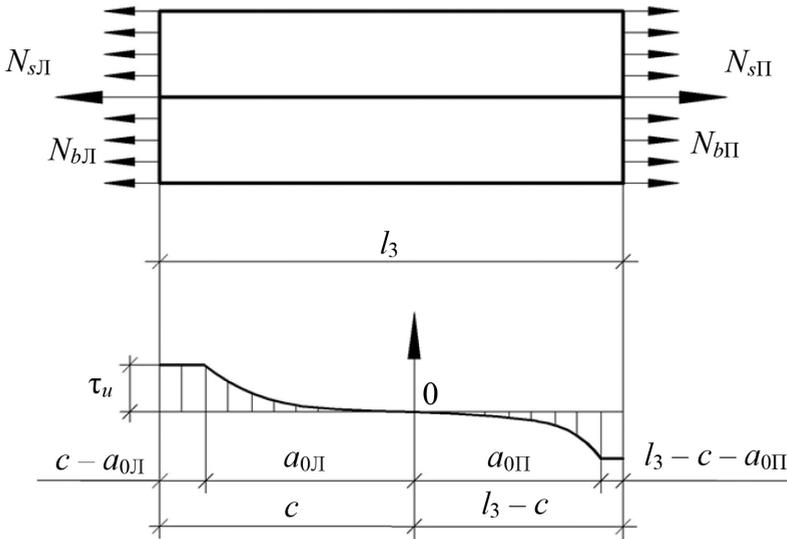


Рис. 4.8. Распределение касательных напряжений τ_x по длине арматурного стержня при упругопластической работе контактного слоя

Тогда сдвигающее усилие S определяется следующим образом:

$$S = \frac{\tau_u S_p \cdot ch \lambda_1 x}{\lambda_1 \cdot sh \lambda_1 a_0} - \frac{N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ}}{1 + \alpha}; \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{s(x)} &= \frac{N_{sЛ} + S}{E_s A_s} = \frac{\alpha N}{(1 + \alpha) E_s A_s} + \frac{\tau_u S_p \cdot ch \lambda_1 x}{\lambda_1 E_s A_s \cdot sh \lambda_1 a_0}; \\ \varepsilon_{bt(x)} &= \frac{N_{bЛ} - S}{E_b A_b} = \frac{\alpha N}{(1 + \alpha) E_s A_s} - \frac{\alpha \tau_u S_p \cdot ch \lambda_1 x}{\lambda_1 E_s A_s \cdot sh \lambda_1 a_0}; \\ \tau_x &= \frac{S'}{S_p} = \frac{\tau_u \cdot sh \lambda_1 x}{sh \lambda_1 a_0}.\end{aligned}\quad (4.25)$$

На участке упругой работы контактного слоя $a_0 \geq x \geq 0$ сдвиг арматуры пропорционален касательным напряжениям:

$$\delta_x = \frac{\tau S_p}{G} = \frac{(1 + \alpha) \tau_u S_p}{\lambda^2 E_s A_s} \cdot \frac{sh \lambda_1 x}{sh \lambda_1 a_0}.\quad (4.26)$$

На участке неупругой работы контакта сдвиг арматуры относительно бетона находим как разность относительных деформаций арматуры и бетона на этом участке:

$$\begin{aligned}\delta_x &= \frac{N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ}}{E_s A_s} (x - a_0) - \frac{(1 + \alpha) \tau_u S_p}{E_s A_s} \times \\ &\times \left(\left(c - \frac{x}{2} \right) x - \left(c - \frac{a_0}{2} \right) a_0 \right) + C.\end{aligned}\quad (4.27)$$

Произвольную постоянную определяем из условия

$$\delta_{a_0}^{упр} = \delta_{a_0}^{пл},$$

отсюда

$$C = \frac{(1 + \alpha) \tau_u S_p}{\lambda^2 E_s A_s}.$$

Окончательно получаем

$$\begin{aligned}\delta_0 &= \frac{N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ}}{E_s A_s} (c - a_0) + \\ &+ \frac{(1 + \alpha) \tau_u S_p}{E_s A_s} \left(\left(c - \frac{a_0}{2} \right) a_0 - \frac{c^2}{2} + \frac{1}{\lambda^2} \right).\end{aligned}\quad (4.28)$$

Длину упругого участка находим из условия $S_{x=a_0} = \tau_u S_p (c - a_0)$, подставляем в $S = \frac{\tau_u S_p \cdot ch\lambda_1 x}{\lambda_1 \cdot sh\lambda_1 a_0} - \frac{N_{sЛ} - N_{bЛ}}{1 + \alpha}$ и получаем

$$a_0 = c - \frac{cth\lambda a_0}{\lambda} + \frac{N_{sЛ} - \alpha N_{bЛ}}{(1 + \alpha) \cdot \tau_u S_p}. \quad (4.29)$$

Длину упругого участка a_0 определяем методом последовательных приближений. В первом приближении принимаем $a_0 = c$. Расчет выполняем до тех пор, пока $a_i = a_{i-1}$ находится в пределах заданной точности.

Правая часть элемента рассчитывается аналогично левой, но с учетом замены эквивалентных усилий и расстояния до нулевой точки эпюры касательных напряжений.

Формулы для других случаев загрузки приведены в табл. 4.7, 4.8.

Таблица 4.7

Определение $\varepsilon_{s(x)}$ и $\varepsilon_{b(x)}$ для различных схем нагружения участков при упругопластической работе контактного слоя

№ схемы	Пластическая работа контакта		Упругая работа контакта	
	$\varepsilon_{s(x)}$	$\varepsilon_{b(x)}$ ($\varepsilon_{l(x)}$)	$\varepsilon_{s(x)}$	$\varepsilon_{b(x)}$ ($\varepsilon_{l(x)}$)
3	$c \geq x \geq a_0$		$a_0 \geq x \geq 0$	
	$\frac{N_{сп}}{E_s A_s} + \frac{\tau_u S_p (b-x)}{E_s A_s}$	$\frac{\alpha N_{бп}}{E_s A_s} - \frac{\tau_u S_p (b-x)}{E_s A_s}$	$\frac{\alpha N}{(1+\alpha) E_s A_s} + \frac{\tau_u S_p \cdot ch \lambda x}{\lambda E_s A_s \cdot sh \lambda a_0}$	$\frac{\alpha N}{(1+\alpha) E_s A_s} - \frac{\alpha \tau_u S_p \cdot ch \lambda x}{\lambda E_s A_s \cdot sh \lambda a_0}$
Правая часть	$(l-c) \geq x \geq a_0$		$a_0 \geq x \geq 0$	
	$\frac{N_{сп}}{E_s A_s} + \frac{\tau_u S_p (l-b-x)}{E_s A_s}$	$\frac{\alpha N_{бп}}{E_s A_s} - \frac{\tau_u S_p (l-b-x)}{E_s A_s}$	$\frac{\alpha N}{(1+\alpha) E_s A_s} + \frac{\tau_u S_p \cdot ch \lambda x}{\lambda E_s A_s \cdot sh \lambda a_0}$	$\frac{\alpha N}{(1+\alpha) E_s A_s} - \frac{\alpha \tau_u S_p \cdot ch \lambda x}{\lambda E_s A_s \cdot sh \lambda a_0}$

Окончание табл. 4.7

№ п/п	Пластическая работа контакта		Упругая работа контакта	
	$\varepsilon_{s(x)}$	$\varepsilon_{th(x)} (\varepsilon_{t(x)})$	$\varepsilon_{s(x)}$	$\varepsilon_{th(x)} (\varepsilon_{t(x)})$
4	$a_0 \geq x \geq l$			
	$\frac{\tau_u S_p (l-x)}{E_s A_s}$	$\frac{\alpha N - \alpha \tau_u S_p (l-x)}{E_s A_s}$	$\frac{\alpha N}{(1+\alpha) E_s A_s} \times$ $\left(th \lambda a_0 \cdot sh \lambda x + 1 \right) +$ $\frac{\tau_u S_p \cdot sh \lambda x}{\lambda E_s A_s \cdot ch \lambda a_0}$	$\frac{\alpha N}{(1+\alpha) E_s A_s} \cdot$ $\left(th \lambda a_0 \cdot sh \lambda x + 1 \right) -$ $\frac{\alpha \tau_u S_p \cdot sh \lambda x}{\lambda E_s A_s \cdot ch \lambda a_0}$
5	$a_0 \geq x \geq l$			
	$\frac{N - \tau_u S_p (l-x)}{E_s A_s}$	$\frac{\alpha \tau_u S_p (l-x)}{E_s A_s}$	$\frac{\alpha N}{(1+\alpha) E_s A_s} \times$ $\left(th \lambda a_0 \cdot sh \lambda x + ch \lambda x - 1 \right) +$ $\frac{\tau_u S_p \cdot sh \lambda x}{\lambda E_s A_s \cdot ch \lambda a_0}$	$\frac{\alpha N}{(1+\alpha) E_s A_s} \times$ $\left(th \lambda a_0 \cdot sh \lambda x + ch \lambda x - 1 \right) -$ $\frac{\alpha \tau_u S_p \cdot sh \lambda x}{\lambda E_s A_s \cdot ch \lambda a_0}$

Таблица 4.8

Определение δ_0 и a_0 для различных схем загрузки участков при упругопластической работе контактного слоя

№ схемы	Формулы для определения взаимных смещений между арматурой и бетоном при упругопластической работе контакта δ_0	Формулы для определения длины упругого участка a_0
3 Левая часть	$\frac{N_{сП} - \alpha N_{бП}}{E_s A_s} (l - a_0) + \frac{(1 + \alpha) \tau_u S_p}{E_s A_s} \left(\left(l - \frac{a_0}{2} \right) a_0 - \frac{l^2}{2} + \frac{1}{\lambda^2} \right)$	$c - \frac{cth\lambda a_0}{\lambda} + \frac{N_{сП} - \alpha N_{бП}}{(1 + \alpha) \cdot \tau_u S_p}$
Правая часть	$\frac{N_{сП} - \alpha N_{бП}}{E_s A_s} (l - a_0) + \frac{(1 + \alpha) \tau_u S_p}{E_s A_s} \left(\left(l - \frac{a_0}{2} \right) a_0 - \frac{l^2}{2} + \frac{1}{\lambda^2} \right)$	$(l - c) - \frac{cth\lambda a_0}{\lambda} + \frac{N_{сП} - \alpha N_{бП}}{(1 + \alpha) \cdot \tau_u S_p}$
4	$\frac{(1 + \alpha) \tau_u S_p}{E_s A_s} \left(\frac{l^2}{2} - \left(l - \frac{a_0}{2} \right) a_0 + \frac{1}{\lambda^2} \right) - \frac{\alpha N}{E_s A_s} (l - a_0)$	$l - \frac{th\lambda a_0}{\lambda} + \frac{N_s - \alpha N_b}{(1 + \alpha) \cdot \tau_u S_p} (th\lambda a_0 \cdot sh\lambda a_0 + ch\lambda a_0 - 1)$
5	$\frac{N}{E_s A_s} (l - a_0) - \frac{(1 + \alpha) \tau_u S_p}{E_s A_s} \left(\left(l - \frac{a_0}{2} \right) a_0 - \frac{l^2}{2} + \frac{1}{\lambda^2} \right)$	$l - \frac{th\lambda a_0}{\lambda} + \frac{N_s - \alpha N_b}{(1 + \alpha) \cdot \tau_u S_p} (th\lambda a_0 \cdot sh\lambda a_0 + ch\lambda a_0 - 1)$

4.4. Определение усилия образования и шага трещин

Характер распределения относительных деформаций растянутого бетона в зависимости от способа приложения нагрузки позволяет найти усилие образование трещин для элементов с нарушенным сцеплением. Работу бетона при этом представляем в виде идеализированной диаграммы Прандтля (см. рис. 3.2).

При возникновении трещины происходит перераспределение усилий между бетоном и арматурой: у берегов трещины напряжения в бетоне падают до нуля, а деформации – до величины $\varepsilon_{ubt} - \varepsilon_{bt1}$; напряжения в арматуре возрастают на некоторую величину. Принимая во внимание вышеизложенное, записываем:

$$\varepsilon_{bt(x)} = \varepsilon_{ubt} - \varepsilon_{bt1} + \varepsilon_{bt,el(x)}. \quad (4.30)$$

Усилие образования трещин определяем из условия $\varepsilon_{bt(x)} = \varepsilon_{ubt}$; таким образом, получаем условие

$$\varepsilon_{bt1} = \varepsilon_{bt,el(x)}, \quad (4.31)$$

где ε_{bt1} находим в соответствии с диаграммой рис. 3.2: $\varepsilon_{bt1} = R_{bt,ser}/R_b$.

Усилия последовательного образования трещин определяем пошагово, сначала рассматривая полную длину элемента для нахождения $N_{crc,1}$, затем оценивая каждый блок элемента, на который его разделяет каждая последующая трещина. Одновременно устанавливаем длину каждого блока – шаг трещин. Расчет производим до достижения в арматуре предельных деформаций или в контактном слое напряжений, равных τ_u .

На рис. 4.9 приведены графики зависимости усилия образования первой трещины от длины участков с различными параметрами сцепления λ_1 и λ_2 , при различных их отношениях ($\lambda_1/\lambda_2 \rightarrow 1$ – элемент с обеспеченным сцеплением; $0 \leq \lambda_1/\lambda_2 < 1$ – элемент с нарушенным сцеплением). На графике по оси абсцисс отложены отношения длины участка нарушенного сцепления к общей длине образца. Графики распространения участка нарушенного сцепления из центра элемента (l_1) и от края элемента (l_2) совмещены, так как развитие участка нарушенного сцепления от края или центра элемента не оказывает значительного влияния на усилие образования первой трещины.

Из графиков видно: чем меньше отношение параметров сцепления и больше длина участка нарушенного сцепления, тем выше усилие образования трещин.

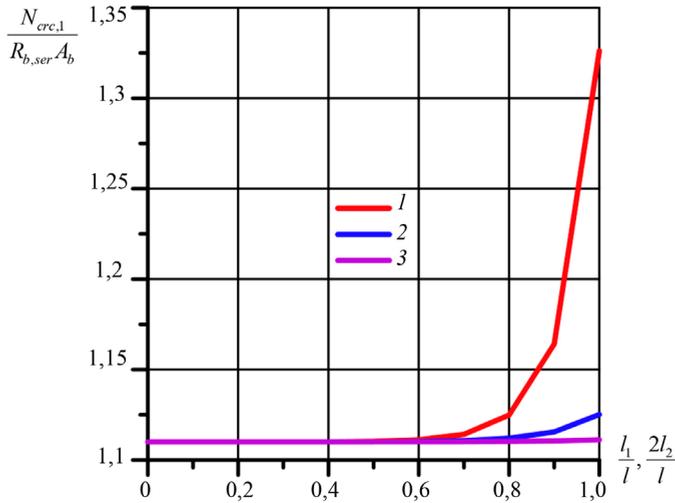


Рис. 4.9. График зависимости $\frac{N_{cre,1}}{R_{b,ser} A_b}$ от длины участка с нарушенным сцеплением при различных отношениях λ_1/λ_2 : 1 – 0,17; 2 – 0,33; 3 – 0,5

Существенное влияние на величину усилия образования трещин (22 %) оказывает небольшое отношение параметров сцепления ($\lambda_1/\lambda_2 = 0,17$ и менее) (рис. 4.9, 1) при длине участка с нарушенным сцеплением больше 80 % от общей длины элемента. При отношениях λ_1/λ_2 от 0,33 до 0,5 влияние длины участка с нарушенным сцеплением на усилие образования трещин минимально (меньше 5 %). При отношениях параметров сцепления 0,5 и более влияние длины участка с нарушенным сцеплением практически отсутствует.

Уменьшение зоны передачи напряжений от l_3 до l_1 (рис. 4.10) приводит к уменьшению величины деформаций в растянутом бетоне от ϵ_{bt3} до ϵ_{bt1} , в результате чего для достижения предельных деформаций ϵ_{ubt} необходимо приложение большей нагрузки, поэтому происходит увеличение усилия образования трещин. Нарушение сцепления арматуры с бетоном в зоне передачи напряжений влияет на величину деформаций в растянутом бетоне аналогичным образом. Нарушенное сцепление приводит к увеличению диапазона нагрузок, при котором происходит активное образование трещин, и к увеличению нагрузки стабилизации процесса трещинообразования.

Одновременно с определением усилия последовательного образования трещин получаем полную картину распределения трещин по длине элемента по идеализированной схеме (рис. 4.11).

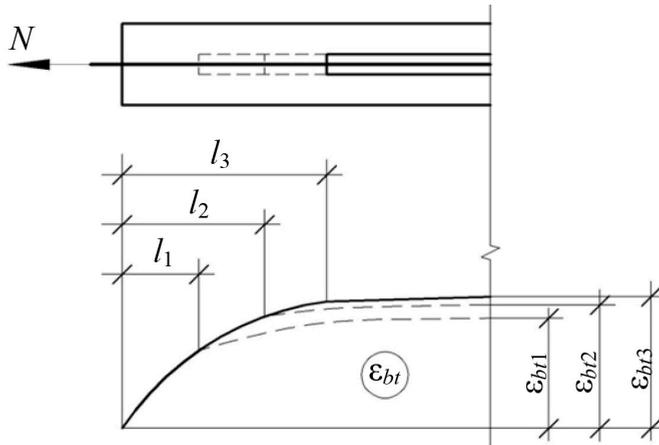


Рис. 4.10. Схема изменения величины деформаций ϵ_{bt} при уменьшении зоны передачи напряжений

На рис. 4.11 показан результат расчета последовательного образования трещин растянутого железобетонного элемента с центрально расположенным участком нарушенного сцепления. Изменение отношения параметров сцепления λ варьировалось от 0,17 до 1,0 (отсутствие участка с нарушенным сцеплением). Из рисунка видно, что при отношении параметров сцепления 0,83 и выше расстояние между трещинами изменяется незначительно. При меньшем отношении участок с нарушенным сцеплением оказывает существенное влияние на расстояния между трещинами.

Идеализированная схема позволяет отметить следующее: чем меньше величина отношения параметров сцепления λ_1/λ_2 , или, другими словами, чем больше степень нарушения сцепления, тем меньше шаг трещин на участках с обеспеченным сцеплением. Выявленная особенность образования трещин в зонах с обеспеченным сцеплением может непосредственно повлиять на длину анкеровки арматуры в таких элементах.

Влияние участков с нарушенным сцеплением на процесс образования трещин проиллюстрируем на примере двух элементов, приведенных на рис. 4.12. Расположение участка с нарушенным сцеплением в центральной зоне элемента (рис. 4.12, а) приводит к увеличению зоны с напряжениями в интервале $0,95\epsilon_{ubt} \leq \epsilon_{bt} \leq \epsilon_{ubt}$, в которой происходит образование трещин. Расположение участков с нарушенным сцеплением в зоне передачи напряжений (рис. 4.12, б) приводит к значительному сокращению этой зоны и приближает процесс образования трещин к идеализированной схеме.

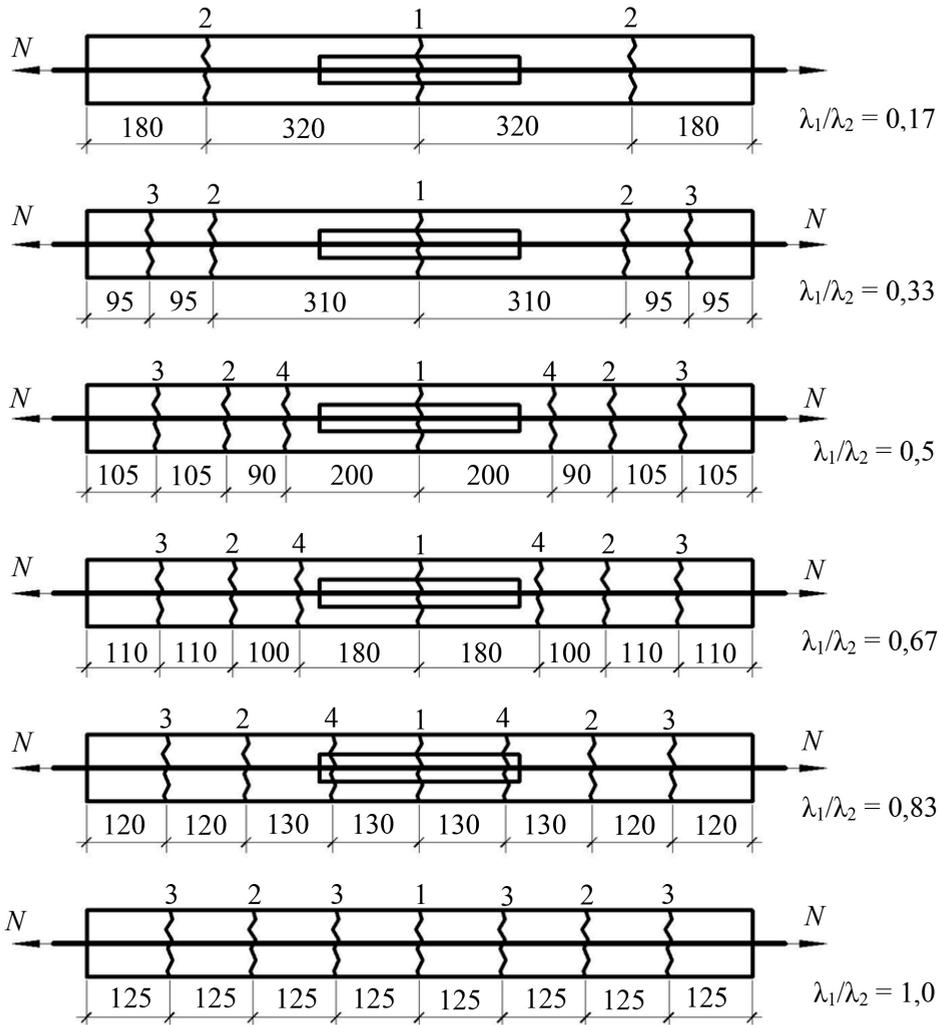


Рис. 4.11. Порядок образования трещин по идеализированной схеме растянутого элемента с участком с нарушенным сцеплением

Неоднородности бетона и наличие скрытых дефектов обуславливают отклонение процесса образования трещин от идеализированной схемы. В работах [12, 91, 118–122] указывается, что в начальный период образование трещин происходит достаточно хаотично, а с увеличением нагрузки и уменьшением шага трещин процесс приближается к идеализированному. Наличие участков с нарушенным сцеплением, как показано выше, может

существенно влиять на этот процесс в одних случаях или практически не оказывать влияния в других.

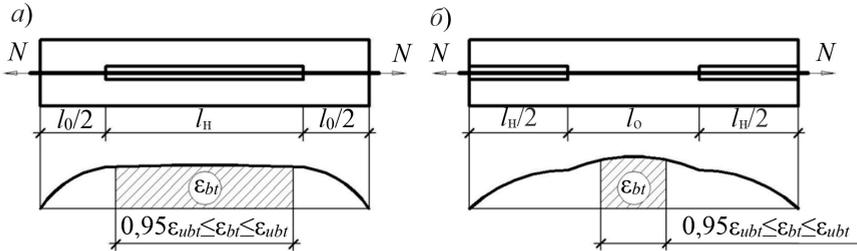


Рис. 4.12. Распределение относительных деформаций бетона в элементах с нарушенным сцеплением

4.5. Ширина раскрытия трещин в растянутых элементах

Исходя из картины распределения трещин в железобетонном элементе, можно определить ширину их раскрытия. Между трещинами передача усилия на бетон происходит через арматуру, при упругой работе контактного слоя ширина раскрытия трещин определяется как сумма взаимных смещений арматуры и бетона от нулевых точек эпюры касательных напряжений соседних блоков (рис. 4.13).

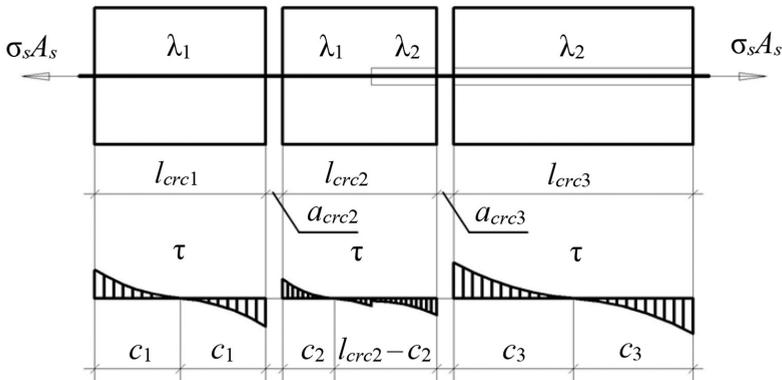


Рис. 4.13. Эпюра касательных напряжений в растянутом элементе на участках между трещинами в упругой стадии

В общем случае ширину раскрытия трещин определяем из следующего выражения:

$$a_{cr(n)} = (\delta_{c_{n-1}} + \delta_{c_n}) - \frac{R_{bt,ser}}{E_b} \cdot (c_n + c_{n-1}), \quad (4.32)$$

где $\delta_{c_{n-1}}$, δ_{c_n} – взаимные смещения арматуры и бетона при упругой работе контактного слоя с участков длиной c_{n-1} и c_n соответственно; второе слагаемое в формуле (4.32) – это собственные удлинения бетона на участке между трещинами.

Формулы для определения взаимных смещений арматуры с бетоном приведены в табл. 4.5.

Ранее в настоящей монографии было показано, что при стабилизации процесса образования трещин зона активного сцепления должна уменьшаться для выполнения условия $\sigma_{bt} \leq R_{bt,ser}$, – таким образом, на участке некоторой длины у берегов трещины возникает участок с нарушенным сцеплением арматуры с бетоном. Исходя из этого, на участке между трещинами можно выделить три характерные зоны: зону нарушенного сцепления, зону неупругих деформаций и зону упругих деформаций контактного слоя. Формулы для определения длины участков этих зон с учетом неравномерного шага трещин при расчете от нулевой точки эпюры касательных напряжений:

1) зона нарушенного сцепления:

$$c_0 = c_k \left[1 - a_0 - \frac{N}{\tau_u S_p c_k (1 + \alpha)} + \frac{\sqrt{t_1^2 + 1}}{\lambda t_1 c_k} \right]; \quad (4.33)$$

2) зона неупругих деформаций:

$$b_0 = \frac{N}{(1 + \alpha) \tau_u S_p} - \frac{\sqrt{t_1^2 + 1}}{\lambda t_1}; \quad (4.34)$$

3) зона упругих деформаций:

$$a_0 = \frac{2 \ln(t_1 + \sqrt{t_1^2 + 1})}{\lambda}, \quad t_1 = \frac{\tau_u S_p (1 + \alpha)}{\lambda \sigma_{s0} A_s \left(1 - \frac{R_{bt,ser} (1 + \alpha)}{\sigma_{s0} \mu} \right)}. \quad (4.35)$$

Ширину раскрытия трещин при упругопластической работе контактного слоя определяем также по формуле (4.32), но взаимные смещения между арматурой и бетоном находим по формулам из табл. 4.8, а δ_{c_n} и $\delta_{c_{n-1}}$ определяем следующим образом:

$$\delta_{c_n} = \delta_{c_0(n)} + \delta_{b_0(n)} + \delta_{a_0(n)}; \delta_{c_{n-1}} = \delta_{c_0(n-1)} + \delta_{b_0(n-1)} + \delta_{a_0(n-1)}. \quad (4.36)$$

Предложенная методика расчета растянутых элементов позволяет установить ширину раскрытия трещин с учетом неравномерного их шага при упругой и упругопластической работе контактного слоя.

5. РАСЧЕТ ОБРАЗОВАНИЯ И РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН В НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЯХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ ПОДАТЛИВОСТИ СЦЕПЛЕНИЯ АРМАТУРЫ С БЕТОНОМ

5.1. Расчет по образованию трещин

Как отмечалось ранее, существует целый ряд железобетонных конструкций, для которых расчет традиционными методами с использованием допущения о равенстве относительных деформаций арматуры и бетона на контакте приводит к переоценке M_{cr} . Для правильной оценки работы таких конструкций расчет до образования трещин, в том числе M_{cr} , необходимо вести с учетом сцепления арматуры с бетоном. Кроме того, даже для обычных железобетонных элементов, как показывали экспериментальные исследования [22, 24, 126], допущение об абсолютной монолитности связи арматуры и бетона на контакте требует уточнения.

Загружение балки двумя силами P в пролете показано на рис. 5.1.

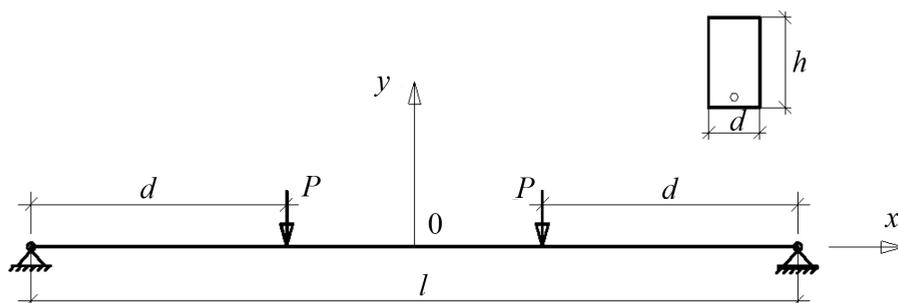


Рис. 5.1. Загружение балки двумя силами P в пролете

Начало координат принимаем в середине балки. Используя решение дифференциального уравнения (2.4), определим произвольные постоянные C_1 и C_2 . С учетом симметрии $C_1 = 0$. Для определения C_2 зададим граничные условия на торцах балки: $S_{x=\pm l/2} = 0$, что равносильно свободному сдвигу между арматурой и бетоном на торцах.

С учетом вышесказанного записываем:

$$C_2 ch\lambda l / 2 + \frac{G}{\lambda} \int_0^{0,5l-d} \Delta_{(\xi)_1} sh\lambda(l/2 - \xi) d\xi + \\ + \frac{G}{\lambda} \int_{0,5l-d}^{0,5l} \Delta_{(\xi)_2} sh(l/2 - \xi) d\xi = 0, \quad (5.1)$$

где $\Delta_{(\xi)_1} = -\frac{Pdm_0}{B_y}$; $\Delta_{(\xi)_2} = -\frac{Pm_0}{B_y}(l/2 - x)$.

Жесткость верхней ветви при упругой работе бетона согласно [31]:

$$B_y = \frac{E_b bh^3}{6} \left[2 - 6(1 + \alpha') \left(\frac{m_0}{h} \right)^2 + 6\alpha' + 6\alpha' \left(\frac{\alpha'}{h} \right)^2 - 12\alpha' \frac{\alpha'}{h} \right], \quad (5.2)$$

где $\frac{m_0}{h} = \frac{1 + 2\alpha' \left(1 - \frac{\alpha'}{h} \right)}{2(1 + \alpha')}$; $\alpha' = \frac{E_b}{E_s} \cdot \frac{A_s'}{A}$.

Определив значение C_2 из (5.1), находим искомые усилия для участка балки между силами:

$$\left\{ \begin{aligned} S &= \frac{Pdm_0}{\gamma B_y} \left(1 - \frac{sh\lambda d}{\lambda d ch\lambda l / 2} ch\lambda x \right); \\ S' &= \frac{Pdm_0}{\gamma B_y} \cdot \frac{sh\lambda d}{ch\lambda l / 2} sh\lambda x; \\ S'' &= \frac{Pm_0}{\gamma B_y} \cdot \frac{\lambda sh\lambda d}{ch\lambda l / 2} ch\lambda x. \end{aligned} \right. \quad (5.3)$$

Зная S и S' , можно определить относительные деформации бетона на уровне нижней растянутой грани балки:

$$\varepsilon_{bt} = \frac{Pdh}{2B_y} \left\{ 1 - \frac{(0,5h - \alpha) \left(\frac{2}{3}h - \alpha \right)}{\gamma B_y} \left[1 - \frac{sh\lambda d}{\lambda dch\lambda l / 2} ch\lambda \left(\frac{l}{2} - d \right) \right] \right\}. \quad (5.4)$$

Анализ выражения (5.4) показывает, что ε_{bt} достигают максимального значения на границах участка: $x = \pm (l/2 - d)$.

Определяем M_{crc} из условия достижения в крайнем растянутом волокне бетона предельных относительных деформаций ε_{ubt} :

$$M_{crc} = \frac{2\varepsilon_{ubt}B_y}{h \left\{ 1 - \frac{(0,5h - \alpha) \left(\frac{2}{3}h - \alpha \right)}{\gamma B_y} \left[1 - \frac{sh\lambda d}{\lambda dch\lambda l / 2} ch\lambda \left(\frac{l}{2} - d \right) \right] \right\}}. \quad (5.5)$$

Выражение (5.5) содержит, кроме прочностных и геометрических характеристик сечения, параметр сцепления λ .

Проанализируем влияние параметра λ на M_{crc} , ε_{bt} и ε_s .

А. Абсолютно жесткие связи сдвига ($\lambda \rightarrow \infty$):

$$M_{crc} = \frac{2\varepsilon_{ubt}B_y}{h \left\{ 1 - \frac{(0,5h - \alpha) \left(\frac{2}{3}h - \alpha \right)}{\gamma B_y} \right\}}. \quad (5.6)$$

В этом случае принятая модель вырождается в традиционную ($\varepsilon_{sv} = 0$):

$$\varepsilon_{bt} = \varepsilon_s = \frac{Pd(0,5h - \alpha)}{\gamma B_y E_s A_s}. \quad (5.7)$$

Б. Абсолютно податливые связи сдвига ($\lambda \rightarrow 0$), т. е. сцепление между арматурой и бетоном нарушено по всей длине балки:

$$M_{crc} = \frac{2\varepsilon_{ubt}B_y}{h}. \quad (5.8)$$

Характеристики арматуры не входят в выражение (5.8), и M_{crc} равен моменту трещинообразования бетонной балки (арматура не участвует в работе балки):

$$\varepsilon_s = 0; \varepsilon_{bt} = \frac{Pd(0,5h - a)}{B_y} \quad (5.9)$$

Влияние падения сцепления на момент трещинообразования оказывается тем больше, чем выше процент армирования μ балки (рис. 5.2).

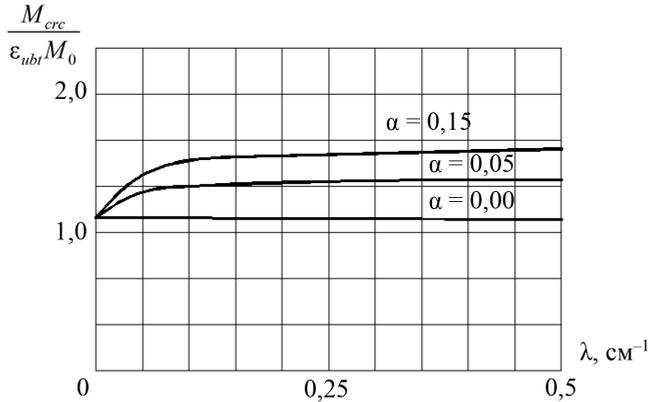


Рис. 5.2. Графики зависимости $\frac{M_{crc}}{\varepsilon_{ubl} M_0} - \lambda$ при различных значениях коэффициента α

Положение арматуры по высоте сечения влияет на величину M_{crc} (рис. 5.3), и это влияние тем больше, чем больше величина α . Для сравнительного анализа примем относительный момент трещинообразования $\left(\frac{M_{b,crc}}{\varepsilon_{ubl} M_0}\right)$ бетонной балки за единицу. Тогда при $a = 0$ $M_{crc} = 1,6$ для $\alpha = 0,15$ и $M_{crc} = 1,25$ для $\alpha = 0,05$. Смещение арматуры по высоте на величину $a = 0,2h$ приведет к уменьшению $M_{crc}^{отн}$, соответственно $M_{crc}^{отн} = 1,29$ и $M_{crc}^{отн} = 1,13$. Арматура в двух положениях не оказывает влияния на M_{crc} , когда $a = 0,5h$ и $a = \frac{2}{3}h$, а между этими точками даже отрицательно сказывается на величине M_{crc} ($M_{crc} < M_{b,crc}$), правда незначительно ($M_{crc}^{отн} = 0,99$ для $\alpha = 0,15$; $M_{crc}^{отн} = 0,995$ для $\alpha = 0,05$).

Перемещение арматуры в сжатую зону ($a > \frac{2}{3}h$) повышает M_{crc} , но менее эффективно, чем ее установка в растянутой зоне: при $a = h$ $M_{crc}^{отн} = 1,3$ для $\alpha = 0,15$; $M_{crc}^{отн} = 1,12$ для $\alpha = 0,05$.

Рассмотрим тот же случай загрузки балки при других граничных условиях на торцах балки: $S'_{x=\pm l/2} = 0$ (отсутствие смещения между арматурой и бетоном).

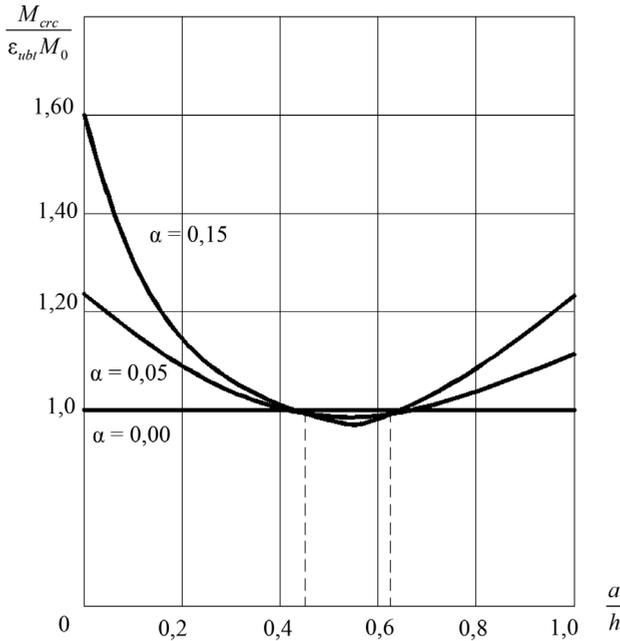


Рис. 5.3. График зависимости $\frac{M_{crc}}{\epsilon_{ubt} M_0} - \frac{a}{h}$ для различных процентов армирования

Как и в предыдущем случае, $C_1 = 0$. Произвольную постоянную C_2 определяем из выражения

$$S' = \lambda \left[C_2 sh\lambda l / 2 + \frac{G^{1/2-d}}{\lambda} \int_0^{l/2-\xi} -\frac{Pdm_0}{B_y} ch\lambda(l/2-\xi) d\xi + \right. \\ \left. + \frac{G^{1/2}}{\lambda^{1/2-d}} \frac{Pm_0}{B_y} (l/2-\xi) ch\lambda(l/2-\xi) d\xi \right] = 0. \quad (5.10)$$

После вычислений получаем

$$C_2 = \frac{Pdm_0}{\gamma B_y} \left(1 + \frac{1 - ch\lambda d}{\lambda dsh\lambda l / 2} \right). \quad (5.11)$$

Подставив (5.11) в (2.1), находим выражение для определения S, S', S'' :

$$\begin{cases} S = \frac{Pdm_0}{\gamma B_y} \left(1 - \frac{1 - ch\lambda d}{\lambda dch\lambda l / 2} ch\lambda x \right); & S = N_S; \\ S' = \frac{Pm_0}{\gamma B_y} \cdot \frac{1 - ch\lambda d}{sh\lambda l / 2} sh\lambda x; \\ S'' = \frac{\lambda Pm_0}{\gamma B_y} \cdot \frac{1 - ch\lambda d}{sh\lambda l / 2} ch\lambda x. \end{cases} \quad (5.12)$$

По аналогии с предыдущим случаем определяем M_{crc} :

$$M_{crc} = \frac{2\varepsilon_{ubl} B_y}{h \left\{ 1 - \frac{(0,5h - \alpha) \left(\frac{2}{3}h - \alpha \right)}{\gamma B_y} \left[1 + \frac{1 - ch\lambda d}{\lambda dsh\lambda l / 2} ch\lambda \left(\frac{l}{2} - d \right) \right] \right\}}. \quad (5.13)$$

Исследуем влияние параметра λ на величину M_{crc} :

А. Абсолютно жесткие связи сдвига ($\lambda \rightarrow \infty$):

$$M_{crc} = \frac{2\varepsilon_{ubl} B_y}{h \left\{ 1 - \frac{(0,5h - \alpha) \left(\frac{2}{3}h - \alpha \right)}{\gamma B_y} \right\}}. \quad (5.14)$$

Б. Абсолютно податливые связи сдвига ($\lambda \rightarrow 0$):

$$M_{crc} = \frac{2\varepsilon_{ubl} B_y}{h \left\{ 1 - \frac{(0,5h - \alpha) \left(\frac{2}{3}h - \alpha \right) \left(1 - \frac{d}{l} \right)}{\gamma B_y} \right\}}. \quad (5.15)$$

Из выражения (5.15) видно, что даже при отсутствии сцепления между бетоном и арматурой последняя продолжает участвовать в работе балки, хотя

и менее эффективно, чем при наличии сцепления. Влияние сцепления на M_{crc} сказывается тем больше, чем больше коэффициент α . Так, для балки с граничными условиями 1-го типа и $\alpha = 0,1$ отношение $\frac{M_{crc}^{\lambda \rightarrow 0}}{M_{crc}^{\lambda \rightarrow \infty}} = 0,81$, а для балки с граничными условиями 2-го типа $\frac{M_{crc}^{\lambda \rightarrow 0}}{M_{crc}^{\lambda \rightarrow \infty}} = 0,88 \left(\frac{d}{l} = \frac{1}{3} \right)$ и $0,91 \left(\frac{d}{l} = \frac{1}{4} \right)$. Для балки с $\alpha = 0,3$ соответственно $0,45$, $0,71$ и $0,77$.

Формулы, полученные аналогичным образом, для случаев загрузки балки сосредоточенной и равномерно распределенной нагрузкой приведены в табл. 5.1–5.4.

Влияние жесткости связей сдвига на M_{crc} , ϵ_{bt} и ϵ_s принципиально ничем не отличается от рассмотренного выше случая. Для балки с граничными условиями 1-го типа изменения λ от ∞ до 0 приведет к уменьшению M_{crc} для $\alpha = 0,05$ на 20 %, для $\alpha = 0,15$ – на 60 %. В случае граничных условий 2-го типа M_{crc} соответственно уменьшается на 10 и 30 %.

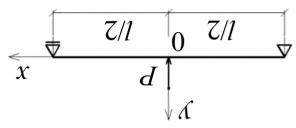
В опытах Г. М. Спрыгина [116] при испытании предварительно-напряженных балок с обеспеченным сцеплением и балок без сцепления арматуры с бетоном с анкерровкой на торцах разница моментов трещинообразования составила 23,6 %.

Рассмотрим влияние на момент трещинообразования схемы загрузки балки. В случае абсолютно жестких связей сдвига это влияние не проявляется (рис. 5.4). С уменьшением жесткости связей сдвига (граничные условия 2-го типа) выявляется разница в моментах трещинообразования в зависимости от способа приложения нагрузки (для сравнения взяты сосредоточенная и равномерно распределенная нагрузки). Максимального значения разница в моментах трещинообразования достигает при отсутствии сцепления между арматурой и бетоном ($\lambda \rightarrow 0$); так, для $\alpha = 0,05$ $\frac{M_{crc}^{(P)}}{M_{crc}^{(q)}} = 0,97$; для $\alpha = 0,30$ $\frac{M_{crc}^{(P)}}{M_{crc}^{(q)}} = 0,87$.

Влияние схемы загрузки балки (приняты распределенная и сосредоточенная нагрузка) на момент трещинообразования и распределения относительных деформаций в арматуре и бетоне при экстремальных значениях жесткости связи сдвига ($\lambda \rightarrow \infty$; $\lambda \rightarrow 0$) и граничных условиях показаны на рис. 5.5. При абсолютно жестких связях сдвига ($\lambda \rightarrow 0$), независимо от граничных условий и схемы загрузки, распределение относительных деформаций и их величины в арматуре и бетоне одинаковы, так же как и момент трещинообразования (рис. 5.5, б).

Таблица 5.1

Определение относительных деформаций арматуры

Схема нагружения	Граничные условия ($x = \pm l/2$)	$\infty > \lambda > 0$	$\lambda \rightarrow \infty$	$\lambda \rightarrow 0$
	$S_x = 0$	$\frac{Pm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left[\left(\frac{l-x}{4} - \frac{x}{2} \right) - \frac{\lambda l}{\lambda s h \lambda} \frac{s h \frac{\lambda}{2}}{2} s h \lambda \left(\frac{l}{2} - x \right) \right]$	$\frac{Pm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left(\frac{l-x}{4} - \frac{x}{2} \right)$	0
	$S'_x = 0$	$\frac{Pm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \times \left\{ \frac{1}{\lambda s h \lambda} \left[\frac{1}{2} c h \lambda \left(\frac{l}{2} + x \right) + \frac{1}{2} c h \lambda \left(\frac{l}{2} - x \right) - c h \lambda \frac{l}{2} \cdot c h \lambda \left(\frac{l}{2} - x \right) \right] + \left(\frac{l-x}{4} - \frac{x}{2} \right) \right\}$	$\frac{Pm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left(\frac{l-x}{4} - \frac{x}{2} \right)$	$\frac{Pm_0 l}{8 \gamma E_s A_s B_y}$

5.1. Расчет образования трещин

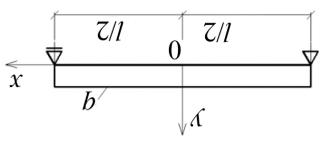
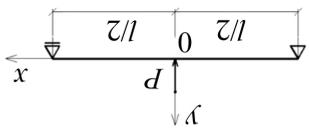
	$S_x = 0$	$\frac{qm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left(\frac{l^2}{8} \frac{x^2}{2} + \frac{1}{\lambda^2} + \frac{ch\lambda x}{\lambda^2 ch \frac{\lambda}{2}} \right)$	$\frac{qm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left(\frac{l^2}{8} \frac{x^2}{2} \right)$	0
	$S'_x = 0$	$\frac{qm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left(\frac{l^2}{8} \frac{x^2}{2} + \frac{l \cdot ch\lambda x}{2\lambda sh} - \frac{1}{\lambda^2} \right)$	$\frac{qm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left(\frac{l^2}{8} \frac{x^2}{2} \right)$	$\frac{qm_0 l^2}{12 \gamma E_s A_s B_y}$

Таблица 5.2

Определение относительных деформаций бетона

Схема нагружения	Граничные условия ($x = \pm l/2$)	$\infty > \lambda > 0$	$\lambda \rightarrow \infty$	$\lambda \rightarrow 0$
	$S_x = 0$	$\frac{Pm_0}{\gamma E_s A_s B} \left[\left(\frac{l-x}{4} - \frac{x}{2} \right) - (1 - E_s A_s \gamma) \frac{\lambda}{\lambda s h \lambda} \times \right. \\ \left. \times s h \lambda \left(\frac{l}{4} - x \right) \right]$	$\frac{Pm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left(\frac{l-x}{4} - \frac{x}{2} \right)$	$\frac{Pm_0}{B_y} \left(\frac{l-x}{4} - \frac{x}{2} \right)$
	$S'_x = 0$	$\frac{Pm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left\{ \frac{1 - E_s A_s \gamma}{\lambda s h \lambda} \times \left[\frac{1}{2} c h \lambda \left(\frac{l}{2} + x \right) + \frac{1}{2} c h \lambda \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\frac{l}{2} - x \right) - \frac{l}{2} \cdot c h \lambda \times \left(\frac{l}{2} - x \right) \right] + \left(\frac{l-x}{4} - \frac{x}{2} \right) \right\}$	$\frac{Pm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left(\frac{l-x}{4} - \frac{x}{2} \right)$	$\frac{Pm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \cdot \left[\frac{l}{8} (1 + E_s A_s \gamma) - \frac{x}{2} E_s A_s \gamma \right]$

5.1. Расчет образования трещин

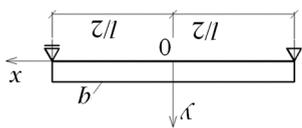
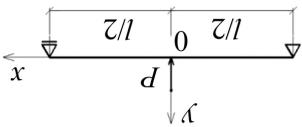
	$S_x = 0$	$\frac{qm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left[\frac{l^2}{8} \frac{x^2}{2} - (1 - E_s A_s \gamma) \times \left[\frac{1}{\lambda^2} - \frac{ch\lambda x}{\lambda^2 ch\lambda l / 2} \right] \right]$	$\frac{qm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left(\frac{l^2}{8} - \frac{x^2}{2} \right)$	$\frac{qm_0}{B_y} \left(\frac{l^2}{8} - \frac{x^2}{2} \right)$
	$S'_x = 0$	$\frac{qm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left[\frac{l^2}{8} \frac{x^2}{2} + (1 - E_s A_s \gamma) \times \left[\frac{l}{2\lambda} \cdot \frac{ch\lambda x}{sh\lambda l / 2} - \frac{1}{\lambda^2} \right] \right]$	$\frac{qm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \left(\frac{l^2}{8} - \frac{x^2}{2} \right)$	$\frac{qm_0}{\gamma E_s A_s B_y} \times \left[\frac{l^2}{12} (1 + E_s A_s \gamma) - \frac{x^2}{2} E_s A_s \gamma \right]$

Таблица 5.3

Определение момента трещинообразования для $\infty > \lambda > 0$

Схема нагружения	Граничные условия ($x = \pm l/2$)	$\infty > \lambda > 0$
	$S'_{x=\pm l/2} = 0$	$\left[h \frac{2\varepsilon_{ubt} \cdot B_y}{1 - (0,5h - a) \left(\frac{2}{3} h - a \right) \left(1 + \frac{\lambda l}{2} \cdot \frac{\lambda l}{2} \right)} \right]$
	$S_{x=\pm l/2} = 0$	$\left[h \frac{2\varepsilon_{ubt} \cdot B_y}{1 - (0,5h - a) \left(\frac{2}{3} h - a \right) \left(1 - \frac{sh\lambda l}{2} \cdot \frac{\lambda l}{2} \right)} \right]$

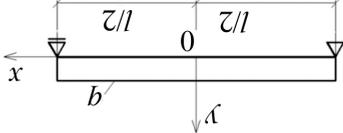
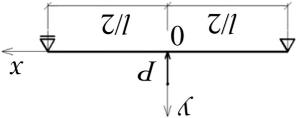
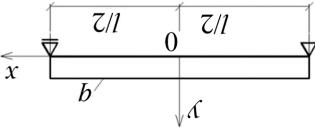
	$S'_{x=\pm \frac{l}{2}} = 0$	$\frac{2\varepsilon_{ubt} \cdot B_y}{h} \left[1 - \frac{(0,5h-a) \left(\frac{2}{3}h-a \right)}{\gamma B_y} \left[1 - \frac{4}{\lambda l} \left(\frac{2}{\lambda l} - \frac{1}{sh \frac{\lambda l}{2}} \right) \right] \right]$
	$S'_{x=\pm \frac{l}{2}} = 0$	$\frac{2\varepsilon_{ubt} \cdot B_y}{h} \left[1 - \frac{(0,5h-a) \left(\frac{2}{3}h-a \right)}{\gamma B_y} \left[1 - \frac{8}{\lambda^2 l^2} \left(1 - \frac{1}{ch \lambda \frac{l}{2}} \right) \right] \right]$

Таблица 5.4

Определение момента трещинообразования для $\lambda \rightarrow \infty$ и $\lambda \rightarrow 0$

Схема нагружения	Граничные условия ($x = \pm l/2$)	$\lambda \rightarrow \infty$	$\lambda \rightarrow 0$
	$S'_{x=\pm \frac{l}{2}} = 0$	$\frac{2\varepsilon_{ubl} \cdot B_y}{h} \left[1 - \frac{(0,5h-a) \left(\frac{2}{3}h-a \right)}{\gamma B_y} \right]$	$\frac{2\varepsilon_{ubl} \cdot B_y}{h} \left[1 - \frac{(0,5h-a) \left(\frac{2}{3}h-a \right)}{2\gamma B_y} \right]$
	$S'_{x=\pm \frac{l}{2}} = 0$	$\frac{2\varepsilon_{ubl} \cdot B_y}{h} \left[1 - \frac{(0,5h-a) \left(\frac{2}{3}h-a \right)}{\gamma B_y} \right]$	$\frac{2\varepsilon_{ubl} \cdot B_y}{h}$

5.1. Расчет образования трещин

	$S'_{x=\pm \frac{l}{2}} = 0$	$\left[\frac{2\varepsilon_{ubt} \cdot B_y}{h} \left(0,5h - a \right) \frac{\left(\frac{2}{3}h - a \right)}{\gamma B_y} \right]$	$\left[\frac{2\varepsilon_{ubt} \cdot B_y}{h} \left(1 - \frac{2 \left(0,5h - a \right) \left(\frac{2}{3}h - a \right)}{3\gamma B_y} \right) \right]$
	$S'_{x=\pm \frac{l}{2}} = 0$	$\left[\frac{2\varepsilon_{ubt} \cdot B_y}{h} \left(0,5h - a \right) \frac{\left(\frac{2}{3}h - a \right)}{\gamma B_y} \right]$	$\frac{2\varepsilon_{ubt} \cdot B_y}{h}$

Совершенно другая картина получается при абсолютно податливых связях сдвига ($\lambda \rightarrow 0$) и надежной анкеровке на торцах ($S'_{x=\pm l/2} = 0$). В этом случае характер распределения деформаций в растянутом бетоне отражает схему загрузки (рис. 5.5, а). Деформации при сосредоточенной нагрузке в середине балки выше, чем при распределенной, соответственно, меньше момент трещинообразования. На концевых участках появляются небольшие зоны сжатия бетона. Деформации арматуры по длине балки постоянны и различны по величине в зависимости от схемы загрузки.

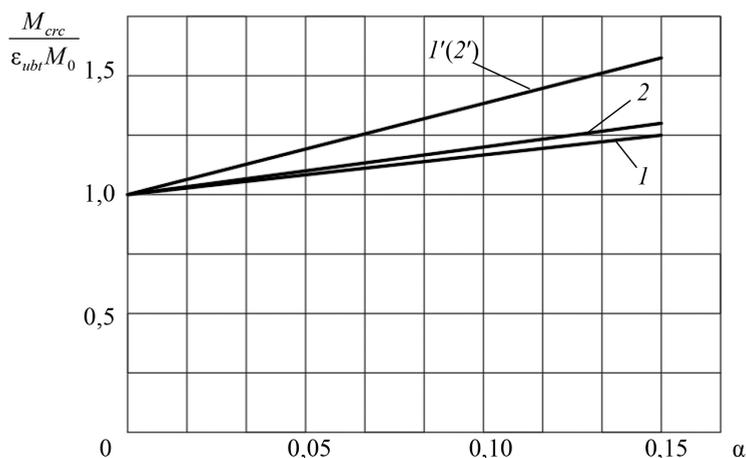


Рис. 5.4. График зависимости $\frac{M_{crс}}{\epsilon_{ubl} M_0} - \alpha$ для различных схем загрузки балки при абсолютно жестких ($1', 2'$) и абсолютно податливых ($1, 2$) связях сдвига и граничных условиях на торцах 2-го типа ($S'_{x=\pm l/2} = 0$); $1, 1'$ – сосредоточенная нагрузка; $2, 2'$ – равномерно распределенная нагрузка

Полученные результаты пригодны для конструкций, в которых армируемый материал ведет себя как идеально упругохрупкий (высокопрочные, легкие и ячеистые бетоны, керамика и т. д.). Кроме того, почти идеально упругохрупко ведут себя многие материалы в особых условиях – например, при высоких скоростях импульсивного нагружения, после радиационного и ультразвукового излучения и т. п. Особо важными эти результаты становятся в связи с наметившейся тенденцией к внедрению высокопрочных бетонов (в частично преднапряженных конструкциях), в которых неупругие свойства снижены или практически отсутствуют.

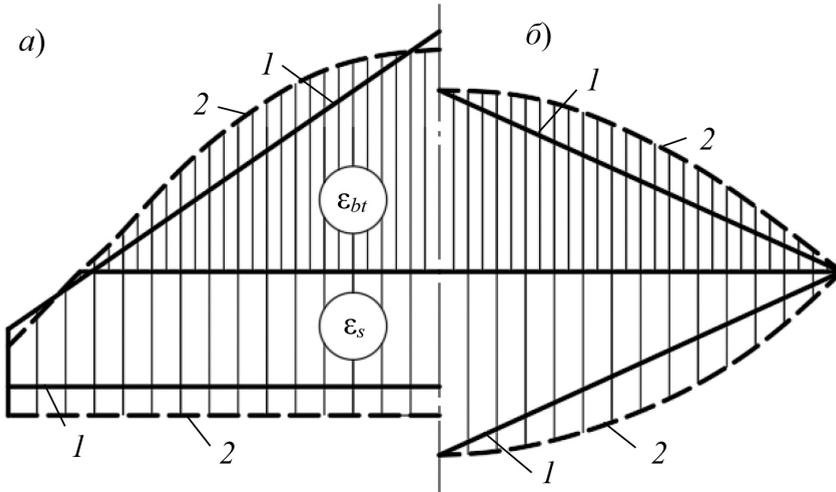


Рис. 5.5. Распределение относительных деформаций в растянутой арматуре и бетоне на уровне арматуры при равномерно распределенной (2) и сосредоточенной (1) нагрузках: а – $\lambda \rightarrow 0$ ($S' = 0$); б – $\lambda \rightarrow \infty$ ($S' = 0$; $S = 0$)

5.2. Учет влияния неупругих свойств бетона

Диаграммы $\sigma - \epsilon$ большинства обычных бетонов нелинейны. Неупругие или «псевдопластические» деформации в растянутой зоне бетона часто проявляются уже при небольших напряжениях и влияют, порой существенно, на снижение жесткости и, соответственно, момента трещинообразования.

Для решения задачи использованы выражения жесткости (см. формулы ниже) с учетом неупругих деформаций бетона, полученные Г. П. Яковленко [31] на основе кусочно-линейной диаграммы $\sigma - \epsilon$ (рис. 1.4, е).

Жесткость в сечении элемента (под жесткостью понимаем отношение момента к кривизне) определяется из выражений:

а) «односторонняя текучесть» (в растянутой зоне бетона):

$$B_{pl} = B_y - M_0 h \cdot \left[3 \left(\frac{f_2}{h} \right)^2 \frac{m_0}{h} - \left(\frac{f_2}{h} \right)^2 \right], \quad (5.16)$$

где толщина пластического слоя f_2 определяется соотношением

$$\frac{f_2}{h} = (1 + \alpha + \alpha') \times \left[1 - \sqrt{1 - 2 \frac{m_0}{h(1 + \alpha + \alpha')} + \frac{2\varepsilon_2}{hy''(1 + \alpha + \alpha')} + \frac{N}{3M_0y''(1 + \alpha + \alpha')^2}} \right];$$

б) «двухсторонняя текучесть»:

$$B_{pl} = B_y - M_0 h \cdot \left[3 \left(\frac{f_1}{h} \right)^2 \frac{z_0}{h} + 3 \left(\frac{f_2}{h} \right)^2 \frac{m_0}{h} - \left(\frac{f_1}{h} \right)^3 - \left(\frac{f_2}{h} \right)^3 \right], \quad (5.17)$$

где толщина сжатого и растянутого пластических слоев определяется по формулам:

$$\frac{f_1}{h} = C \left[2 \frac{\varepsilon_2}{h} + 2 \frac{z_0}{h} (1 + \alpha + \alpha') - 1 - \left(\frac{\varepsilon_1}{y''h} + \frac{\varepsilon_2}{hy''} \right) - 2 \frac{\varepsilon_1}{y''} (\alpha + \alpha') + \frac{N}{3M_0y''} \right];$$

$$\frac{f_2}{h} = C \cdot 2 \frac{\varepsilon_1}{y''h} + 2 \frac{m_0}{h} (1 + \alpha + \alpha') - 1 - \left(\frac{\varepsilon_1}{y''h} + \frac{\varepsilon_2}{hy''} \right) - 2 \frac{\varepsilon_2}{hy''} \cdot (\alpha + \alpha') - \frac{N}{3M_0y''};$$

$$C = \frac{1}{2} \left(\alpha + \alpha' + \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{hy''} \right)^{-1}; \quad \frac{m_0}{h} = \frac{1 + 2\alpha' - 2\alpha' \frac{a'}{h} + 2\alpha \frac{a}{h}}{2(1 + \alpha + \alpha')};$$

$$\frac{z_0}{h} = \frac{1 + 2\alpha - 2\alpha \frac{a}{h} + 2\alpha' \frac{a'}{h}}{2(1 + \alpha + \alpha')}; \quad M_0 = \frac{E_b b h^2}{6}.$$

С учетом принятой расчетной модели:

$$\alpha = 0; \quad N = N_s; \quad y'' = \frac{M - N_s m_0}{B_{pl}}. \quad (5.18)$$

Задача решена с использованием численных методов.

Влияние неупругих деформаций бетона растянутой зоны показано в табл. 5.5 и на рис. 5.6. Из графиков рис. 5.6 видно: чем выше относительная жесткость арматуры α , тем меньше сказываются неупругие деформации растянутого бетона.

Таблица 5.5

Момент трещинообразования для различных значений α при абсолютно жестких и абсолютно податливых связях сдвига с учетом упругой и упругопластической работы растянутого бетона (граничные условия 2-го типа)

Жесткость связей сдвига	Работа растянутого бетона в сечении	Относительный момент трещинообразования $\left(\frac{M_{cr}}{\varepsilon_{ubr} M_0} \right)$					
		$\alpha = 0,05$		$\alpha = 0,10$		$\alpha = 0,15$	
		$M_{cr}^{он}$	$\delta, \%$	$M_{cr}^{он}$	$\delta, \%$	$M_{cr}^{он}$	$\delta, \%$
$\lambda \rightarrow \infty$	Упругая	1,21	19,5	1,41	15,3	1,61	12,6
	Упругопластическая	1,013		1,22		1,43	
$\lambda \rightarrow 0$	Упругая	1,10	23,1	1,18	21,1	1,24	19,5
	Упругопластическая	0,90	21,8	0,97	19,6	1,04	17,4
		0,93		1,05		1,15	

Примечание. Над косой чертой – при сосредоточенной нагрузке; под косой чертой – при равномерно распределенной нагрузке.

С увеличением процента армирования нейтральная ось опускается ближе к центру тяжести растянутой арматуры и доля усилия, приходящегося на растянутый бетон, уменьшается, соответственно снижается и влияние неупругой зоны.

Падение сцепления равносильно уменьшению некоторого количества арматуры, что вызывает смещение нейтральной оси вверх. Растянутая зона бетона увеличивается, и влияние неупругих деформаций возрастает; так, при $\lambda \rightarrow 0$ (граничные условия 2-го типа) для $\alpha = 0,05$ $\frac{M_{crc(pl)}}{M_{crc(el)}} = 0,74$; для $\alpha = 0,15$ $\frac{M_{crc(pl)}}{M_{crc(el)}} = 0,82$; а при $\lambda \rightarrow \infty$ соответственно 0,84 и 0,96.

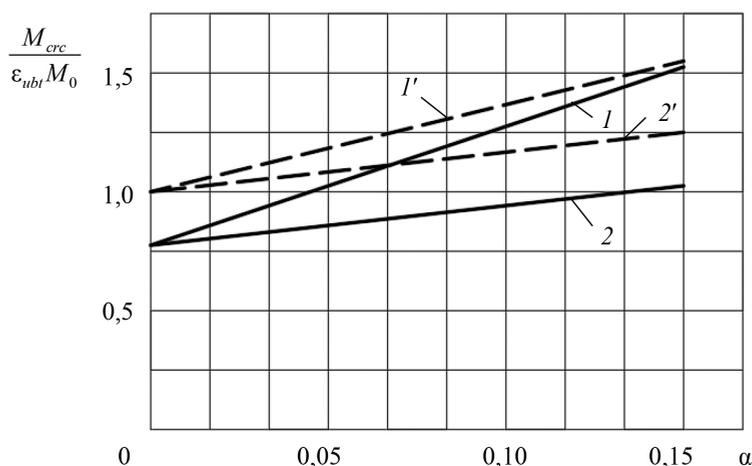


Рис. 5.6. График зависимости $\frac{M_{crc}}{\varepsilon_{ubl} M_0} - \alpha$ при упругой ($I', 2'$) и упругопластической ($I, 2$) работе бетона; $I', 2' - \lambda \rightarrow 0$; $I, 2 - \lambda \rightarrow \infty$

5.3. Изгиб

Рассмотрим железобетонный элемент на участке действия постоянно-го момента при $M \geq M_{crc}$ (рис. 5.7).

После образования трещин в растянутой зоне изгибаемый элемент будет разделен на отдельные блоки, соединенные между собой растянутой арматурой и сжатым бетоном. В результате образования трещин взаимные смещения между растянутой арматурой и пограничным слоем бетона существенно возрастают.

Принятые эпюры распределения напряжений в бетоне и относительных деформаций в сечении показаны на рис. 5.8. В растянутой зоне бетона эпюра распределения напряжений (деформаций) принята с учетом упругой разгрузки бетона при образовании трещин.

Для решения задачи определения ширины раскрытия трещин в общем случае имеем семь неизвестных: $\sigma_s(\varepsilon_s)$; $\sigma_{sc}(\varepsilon_{sc})$; $\sigma_b(\varepsilon_b)$; $\sigma_{bt}(\varepsilon_{bt})$; ξ ; l_{crc} ; a_{crc} , для определения которых необходимо соответственно семь уравнений:

- уравнения равновесия:

$$\int_A \sigma dA = 0; \int_A \sigma y dA = M; \quad (5.19)$$

- уравнения, связывающие относительные деформации в сечении:

$$\varepsilon_b = \varepsilon_s \xi / (1 - \xi); \varepsilon_{sc} = \varepsilon_s \left(\xi - \frac{a'}{h_0} \right) / (1 - \xi), \quad (5.20)$$

где $\xi = x / h_0$;

- уравнения, связывающие относительные деформации на уровне растянутой арматуры, а также взаимные смещения между арматурой и бетоном на участке между трещинами:

$$\varepsilon_{sv} = \varepsilon_v - \varepsilon_{bt}; a_{crc} = 2 \int_0^{0,5l_{crc}} \varepsilon_{sv} dx; \quad (5.21)$$

- дополнительное условие:

$$\sigma_{bt_{x=0}} \leq R_{bt,ser}. \quad (5.22)$$

Рассмотрим различные случаи напряженного состояния (для простоты ограничимся случаем одностороннего армирования).

А. Упругая работа бетона сжатой зоны (рис. 5.8, а, в).

Записываем уравнения равновесия:

$$\sigma_s \mu + 0,5 \sigma_{bt} (1 - \xi) - 0,5 \sigma_b \xi = 0; \quad (5.23)$$

$$\sigma_s \mu (1 - \xi / 3) + \sigma_{bt} (1 - \xi) / 3 = M / bh_0^2. \quad (5.24)$$

Привлекая выражение (5.22), получаем:

$$\xi = -\frac{v(\sigma_s \mu + \sigma_{bt})}{\sigma_s - \sigma_{bt} v} + \sqrt{\frac{v^2 (\sigma_s \mu + \sigma_{bt})^2}{(\sigma_s - \sigma_{bt} v)^2} + \frac{(2\sigma_s \mu + \sigma_{bt})v}{\sigma_s - \sigma_{bt} v}}; \quad (5.25)$$

$$\sigma_s = \frac{3M / bh_0^2 - \sigma_{bt}(1-\xi)}{\mu(3-\xi)}; \quad (5.26)$$

$$\sigma_b = \sigma_s \xi / (1 - \xi) \nu; \quad (5.27)$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_s \xi / (1 - \xi). \quad (5.28)$$

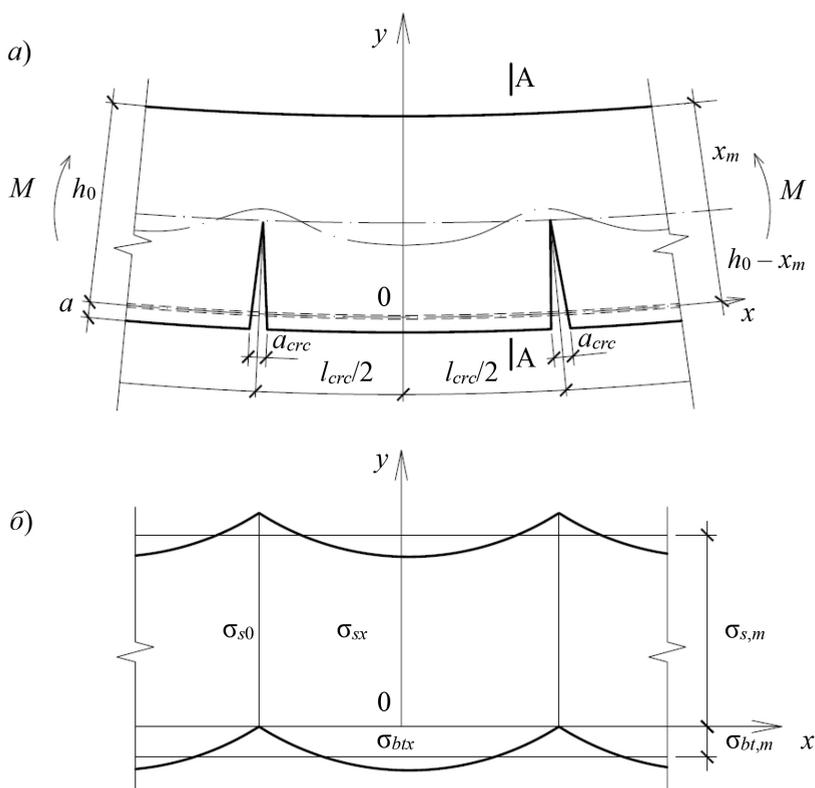


Рис. 5.7. Изгибаемый железобетонный элемент: а – расчетная схема; б – распределение напряжений σ_s и σ_{bt} на участке между трещинами

Напряжения в растянутом бетоне σ_{bt} на уровне арматуры определяем из уравнения сцепления (2.5), принимая граничные условия

$$\sigma_{bt} \Big|_{x=\frac{l_{crcl}}{2}} = 0.$$

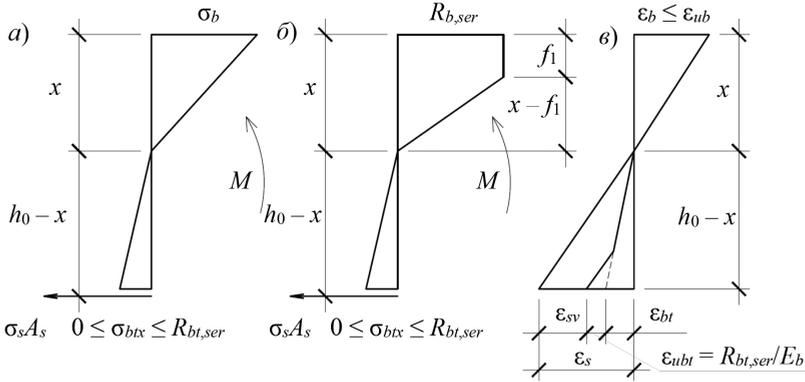


Рис. 5.8. Распределение напряжений σ_b и σ_{bt} : а – упругая работа бетона сжатой зоны; б – упругопластическая работа сжатой зоны; в – распределение относительных деформаций в сечениях на участке между трещинами

При упругой работе контактного слоя σ_{bt_x} определяется из выражения

$$\sigma_{bt_x} = \frac{n_1 \sigma_{s0} \mu}{1 - \xi_1 + n_1 \alpha} \left(1 - \frac{ch\lambda x}{ch\lambda l_{crc} / 2} \right), \quad (5.29)$$

где $\xi_1 = \frac{\xi_0}{1 - a/h}$; $l_{crc} = \frac{2 \ln(t + \sqrt{t^2 - 1})}{\lambda}$; $t = \frac{1}{1 - \frac{R_{bt,ser} (1 - \xi_1 + n_1 \alpha)}{n_1 \mu (\sigma_{s0} + \epsilon_{sl} E_s)}}$;

$n_1 = 1 + \frac{3(1 - \xi_1 - 2a/h)^2}{(1 - \xi_1)^2}$; σ_{s0} и ξ_0 – соответственно напряжения в арматуре и относительная высота сжатой зоны на границах участка между трещинами (определяем из (5.25) и (5.26), принимая $\sigma_{bt} = 0$).

Ширина раскрытия трещин определяется из выражения

$$a_{crc} = \frac{2(\sigma_{s0} + \epsilon_{sl} E_s)}{\lambda E_s} th\lambda l_{crc} / 2 - \frac{R_{bt,ser}}{E_b} l_{crc}. \quad (5.30)$$

Если

$$\sigma_{s0} > [4\tau_u (1 - \xi_1 + n_1 \alpha) cth\lambda l_{crc} / 2] / \lambda d, \quad (5.31)$$

в контактном слое появляются неупругие деформации. В этом случае σ_{bt_x} и a_{crc} соответственно находим из выражений

$$\sigma_{bt_x} = \frac{n_1 \mu \sigma_{s0}}{1 - \xi_1 + n_1 \alpha} \left[1 - \frac{4\tau_u (1 - \xi_1 + n_1 \alpha)}{\lambda d \sigma_{s0}} \frac{ch\lambda x}{sh\lambda a_0} \right]; \quad (5.32)$$

$$a_{crc} = \frac{N_s l_{crc}}{A_s E_s} \left\{ 1 - \frac{2a_0}{(1 + \alpha) l_{crc}} - \frac{4\tau_u (1 - \xi_1 - n_1 \alpha)}{d \sigma_{s0} l_{crc}} \left[1 - \frac{2}{\lambda^2 b_0^2} \right] \right\}, \quad (5.33)$$

где

$$t = \frac{1 + m^2}{1 - m^2}; \quad m = \frac{\lambda d R_{bt,ser}}{n_1 \mu \tau_u}; \quad sh\lambda a_0 = \frac{4\tau_u (1 - \xi_1 + n_1 \alpha)}{\lambda d \sigma_{s0} \left[1 - \frac{R_{bt,ser} (1 - \xi_1 + n_1 \alpha)}{n_1 \mu \sigma_{s0}} \right]}. \quad (5.34)$$

Если $M / bh_0^2 > 0,5R_{b,ser} \xi_0 (1 - \xi_0 / 3)$, в сжатом бетоне появляются неупругие деформации.

Б. Упругопластическая работа сжатой зоны (рис. 5.8, б, в).

Для этой стадии уравнения (5.19) – (5.20) принимают вид:

$$\sigma_s \mu + 0,5\sigma_{bt} (1 - \xi) - 0,5R_{b,ser} (\xi + f_1 / h_0) = 0; \quad (5.35)$$

$$R_{b,ser} \left\{ \frac{f_1}{h_0} \left(1 - 0,5 \frac{f_1}{h_0} \right) + 0,5 \left(\xi - \frac{f_1}{h_0} \right) \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \frac{1}{3} \left(\xi + 2 \frac{f_1}{h_0} \right) \right] + \frac{\sigma_{bt}}{6} (1 - \xi)^2 \right\} = M / bh_0^2; \quad (5.36)$$

$$\sigma_s = R_{b,ser} \nu \frac{(1 - \xi)}{\xi - f_1 / h_0}. \quad (5.37)$$

Из совместного решения системы уравнений (5.35)–(5.37) определяем параметры напряженного состояния сечений элемента на участке между трещинами:

$$\xi = \frac{2\sigma_s \mu + R_{b,ser}^2 \nu / \sigma_s + \sigma_{bt}}{\sigma_{bt} + R_{b,ser} (2 + R_{b,ser} \nu / \sigma_s)}; \quad (5.38)$$

$$\frac{f_1}{h_0} = 1,5 - \xi / 2 - \left(2,25 + 1,5\xi(1 - \xi / 2) + \frac{\sigma_{bt}}{R_{b,ser}} (1 - \xi)^2 - \frac{6M}{R_{b,ser} bh_0^2} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad (5.39)$$

$$\sigma_s = R_{b,ser} \nu(1 - \xi)(\xi - f_1/h_0); \quad (5.40)$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_s \xi / (1 - \xi), \quad (5.41)$$

где σ_s и ξ определяются численными методами.

5.4. Кривизна элемента. Коэффициенты ψ_s и ψ_b

Кривизну элемента в зоне чистого изгиба определяем по средним деформациям арматуры $\varepsilon_{s,m}$ и бетона $\varepsilon_{b,m}$ на участке между трещинами [30]:

$$y_m'' = \frac{1}{r_m} = \frac{\varepsilon_{s,m} + \varepsilon_{b,m}}{h_0}. \quad (5.42)$$

Для нахождения $\varepsilon_{s,m}$ и $\varepsilon_{b,m}$ предварительно необходимо определить $\sigma_{bt,m}$ на участке между трещинами:

$$\sigma_{bt,m} = \frac{2 \int_0^{0,5l_{erc}} \sigma_{bt,x} dx}{l_{erc}}. \quad (5.43)$$

При упругой работе контактной зоны

$$\sigma_{bt,m} = \frac{n_1 \mu \sigma_{s0}}{1 - \xi_1 + n_1 \mu} \left[1 - \frac{\sqrt{t^2 - 1}}{t \ln(t + \sqrt{t^2 - 1})} \right], \quad (5.44)$$

где t находим из (5.29).

При упругопластической работе контактной зоны

$$\sigma_{bt,m} = \left[\frac{\sigma_{s0}}{1 - \xi_1 + n_1 \mu} \frac{2a_0}{l_{erc}} + \frac{4\tau_u}{dl_{erc}} \left(1 - \frac{2}{\lambda^2 b_0^2} \right) b_0^2 \right] n_1 \mu, \quad (5.45)$$

где $b_0 = \frac{\sigma_{s0} d}{4\tau_u (1 - \xi_1 + n_1 \mu)} - \frac{cth\lambda a_0}{\lambda}$; a_0 определяется по (5.34); l_{erc} определяется

по (5.30); t принимаем по (5.29).

Зная $\sigma_{bt,m}$, не составляет труда определить $\varepsilon_{s,m}$ и $\varepsilon_{b,m}$ по формулам (5.25) – (5.28) при упругой работе бетона сжатой зоны или по формулам (5.38) – (5.41) при упругопластической работе.

На графиках рис. 5.9, *a* показаны результаты численного расчета зависимости «момент – кривизна» по предлагаемой методике.

При образовании трещины ($M = M_{crc}$) кривизна возрастает скачкообразно, при этом чем меньше μ , тем скачок больше, так как с уменьшением содержания арматуры возрастает доля участия растянутого бетона в работе сечения и наоборот. Необходимо отметить, что при расчете по нормам скачок получается в обратную сторону, а это противоречит физическому смыслу. Появление неупругих деформаций в сжатой зоне соответствует перелому кривой на графике.

Неучет работы растянутого бетона между трещинами приводит к увеличению кривизны (рис. 5.10), при этом чем меньше α , тем возрастание кривизны больше. Так, при $\alpha = 0,05$ и $M = 1,2M_{crc}$ кривизна увеличивается на 32 %; при $\alpha = 0,15$ соответственно на 12 %. С увеличением нагрузки растянутый бетон постепенно выключается из работы и влияние его на кривизну уменьшается.

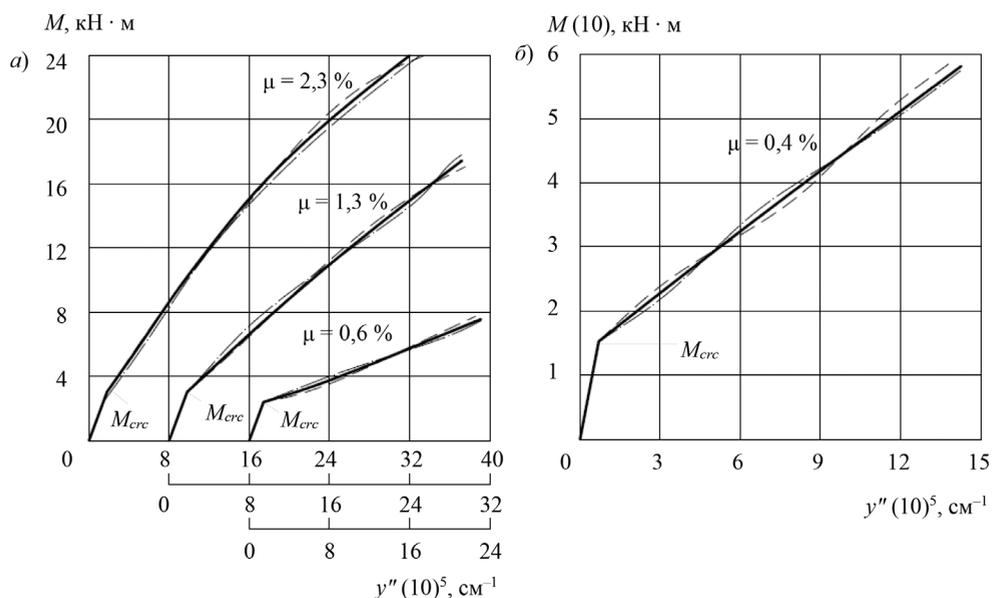


Рис. 5.9. Зависимость «момент – кривизна» для балок с различными процентами армирования:

- a* – по опытным данным А. В. Трофимова; *b* – по данным [124];
 (– – –) – опытные данные, вычисленные по прогибам; (– · – · –) – то же, по фибровым деформациям; (—) – теоретические данные

5.4. Кривизна элемента. Коэффициенты ψ_s и ψ_b

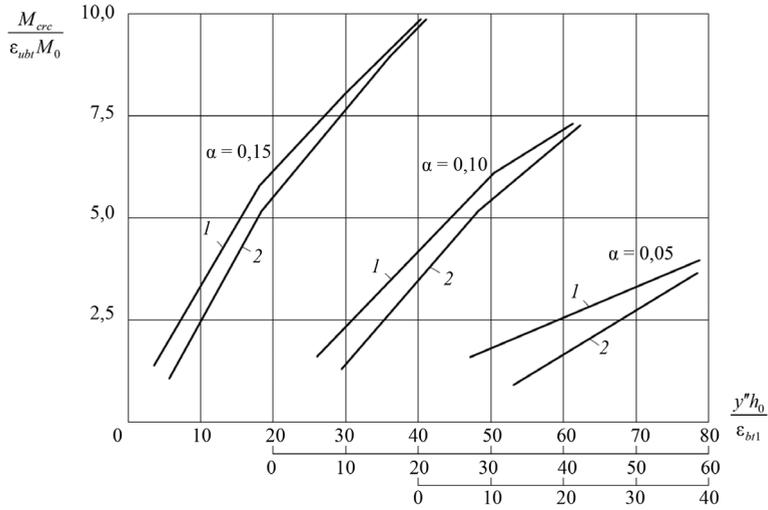


Рис. 5.10. Графики зависимости «момент – кривизна» для изгибаемых железобетонных элементов ($M > M_{crc}$): 1 – с учетом работы растянутого бетона между трещинами; 2 – без учета

Предлагаемая методика позволяет определить коэффициенты, характеризующие неравномерность распределения деформаций в крайних волокнах сжатого бетона $\left(\psi_b = \frac{\epsilon_{b,m}}{\epsilon_{b0}}\right)$ и растянутой арматуры $\left(\psi_s = \frac{\epsilon_{s,m}}{\epsilon_{s0}}\right)$ на участке между трещинами. Сравнение с опытными данными [124] показывает хорошее качественное и количественное согласования (рис. 5.11).

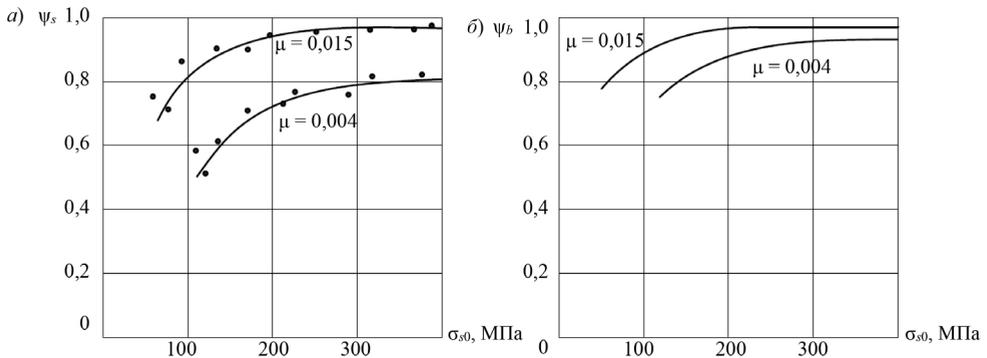


Рис. 5.11. Графики зависимостей $\psi_s - \sigma_{s0}$ (а) и $\psi_b - \sigma_{s0}$ (б): (—) – по методике А. В. Трофимова; (●) – опытные данные

6. РАСЧЕТ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧАСТКАМИ НАРУШЕННОГО СЦЕПЛЕНИЯ

6.1. Расчет образования трещин в изгибаемых железобетонных элементах

Рассмотрим балку, нагруженную двумя силами по схеме чистого изгиба с единым параметром сцепления по всей длине элемента. Начало координат примем у левой опоры (рис. 6.1).

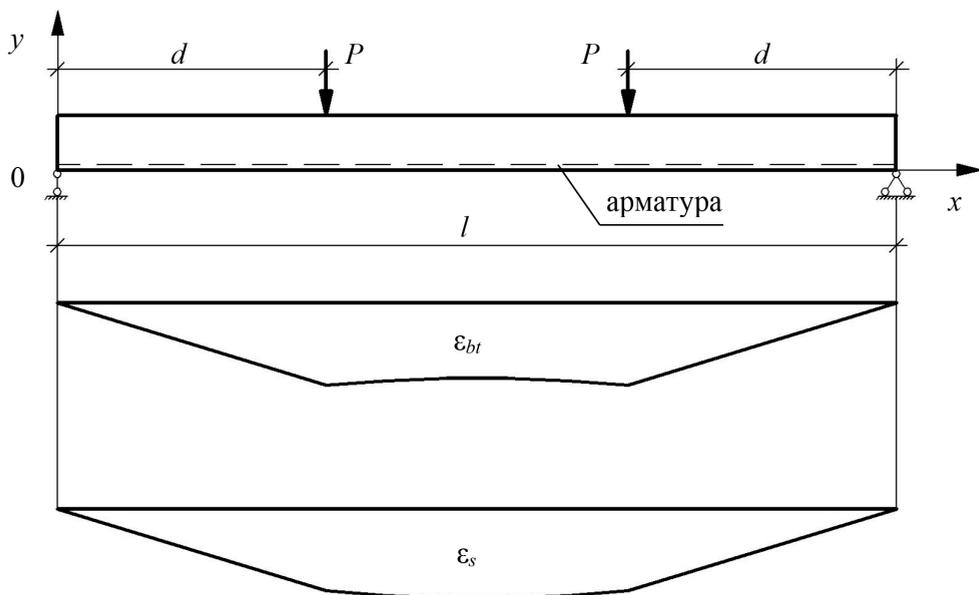


Рис. 6.1. Расчетная схема балки, распределение деформаций ϵ_s и ϵ_{bt} при $S_{x=0} = 0$

Решение системы уравнений выполняется методом начальных параметров [109]. Для этого заменим произвольные постоянные C_1 и C_2 начальными значениями S и S' , которые принимают эти функции при $x = 0$; $S'_0 = \lambda C_1$; $S_0 = C_2$. Подставляя эти значения в решение дифференциального уравнения (2.4), получаем:

$$\begin{aligned} S &= \frac{\tau_0}{\lambda} sh\lambda x + S_0 ch\lambda x + \frac{G}{\lambda} \int_0^x \Delta_{(\xi)} sh\lambda(x - \xi) d\xi; \\ S' &= \tau_0 ch\lambda x + S_0 \lambda sh\lambda x + G \int_0^x \Delta_{(\xi)} ch\lambda(x - \xi) d\xi. \end{aligned} \quad (6.1)$$

С учетом граничных условий $S_0 = 0$, $S_{x=l} = 0$ запишем:

$$\begin{aligned} S &= \frac{S'_0}{\lambda} sh\lambda l + \frac{G}{\lambda} \int_0^d \Delta_{(\xi)_1} sh\lambda(l - \xi) d\xi + \\ &+ \frac{G}{\lambda} \int_d^{l-d} \Delta_{(\xi)_2} sh\lambda(l - \xi) d\xi + \frac{G}{\lambda} \int_{l-d}^l \Delta_{(\xi)_3} sh\lambda(l - \xi) d\xi = 0, \end{aligned}$$

где $\Delta_{(\xi)_1} = -\frac{Pm_0}{B_y} x$; $\Delta_{(\xi)_2} = -\frac{Pdm_0}{B_y}$; $\Delta_{(\xi)_3} = -\frac{Pm_0}{B_y} (l - x)$.

Проинтегрировав выражение в правой части, получаем

$$\begin{aligned} S &= \frac{S'_0}{\lambda} sh\lambda l + \frac{Pm_0}{\gamma B_y} \left(\frac{sh\lambda d}{\lambda} + \frac{sh\lambda(l-d)}{\lambda} - \frac{sh\lambda l}{\lambda} \right) = 0; \\ S'_0 &= \frac{Pm_0}{\gamma B_y sh\lambda l} (sh\lambda l - sh\lambda(l-d) - sh\lambda d). \end{aligned} \quad (6.2)$$

Подставим найденное выражение для S'_0 в уравнение (6.1):

$$\begin{aligned} S &= \frac{Pm_0 \cdot sh\lambda x}{\lambda \gamma B_y \cdot sh\lambda l} (sh\lambda l - sh\lambda(l-d) - sh\lambda d) + \\ &+ \frac{G}{\lambda} \int_0^x \Delta_{(\xi)_1} sh\lambda(x - \xi) d\xi. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Проинтегрировав выражение, получаем

$$S = \frac{Pm_0 \cdot sh\lambda x}{\lambda \gamma B_y \cdot sh\lambda l} (sh\lambda l - sh\lambda(l-d) - sh\lambda d) + \frac{Pm_0}{\lambda \gamma B_y} (\lambda x - sh\lambda x). \quad (6.4)$$

Преобразовав выражение (6.4), получаем формулу для определения сдвигающей силы на крайнем левом участке:

$$S = \frac{Pm_0}{\gamma B_y} \left(x - \frac{ch\lambda \left(\frac{l}{2} - d \right) \cdot sh\lambda x}{\lambda \cdot ch\lambda \frac{l}{2}} \right). \quad (6.5)$$

Для определения значения сдвигающей силы на крайнем правом участке значения x заменяются значениями $l - x$.

Сдвигающее усилие в зоне чистого изгиба

$$S = \frac{Pm_0}{\gamma B_y} \left(d - \frac{ch\lambda \left(\frac{l}{2} - x \right) \cdot sh\lambda d}{\lambda \cdot ch\lambda \frac{l}{2}} \right). \quad (6.6)$$

Жесткость бетонной ветви при упругой работе бетона определяется по формуле (5.2).

Рассмотрим случай отсутствия смещения между арматурой и бетоном по краям балки. Учтем граничные условия $S'_0 = 0$, $S'_{x=l} = 0$ и запишем уравнение

$$S' = S_0 \lambda \cdot ch\lambda l + \frac{G}{\lambda} \int_0^d \Delta_{(\xi)_1} ch\lambda (l - \xi) d\xi + \frac{G}{\lambda} \int_d^{l-d} \Delta_{(\xi)_2} ch\lambda (l - \xi) d\xi + \frac{G}{\lambda} \int_{l-d}^l \Delta_{(\xi)_3} ch\lambda (l - \xi) d\xi = 0, \quad (6.7)$$

где $\Delta_{(\xi)_1} = -\frac{Pm_0}{B_y} x$; $\Delta_{(\xi)_2} = -\frac{Pdm_0}{B_y}$; $\Delta_{(\xi)_3} = -\frac{Pm_0}{B_y} (l - x)$.

Проинтегрировав выражение в правой части и выполнив преобразования, получаем

$$S_0 = \frac{Pm_0}{\gamma B_y \lambda} \left(\frac{1 - ch\lambda d}{th\lambda \frac{l}{2}} + sh\lambda d \right). \quad (6.8)$$

Подставим найденное выражение для S_0 в уравнение (6.1):

$$S = \frac{Pm_0}{\gamma B_y} \left(x - \frac{sh\lambda x}{\lambda} + \frac{ch\lambda x}{\lambda} \left(\frac{1 - ch\lambda d}{th\lambda \frac{l}{2}} + sh\lambda d \right) \right). \quad (6.9)$$

Для элемента с нарушенным сцеплением в зоне чистого изгиба (рис. 6.2) определим сдвигающее усилие в этой зоне, зная распределение сдвигающей силы на приопорных зонах из предыдущего решения.

Решение системы уравнений (2.4) для этого случая примет вид

$$S = C_1 sh\lambda x + C_2 ch\lambda x - \frac{\Delta}{\gamma}, \quad (6.10)$$

где $\Delta = -\frac{Pdm_0}{B_y}$.

Задавая граничными условиями: $S_{x=0} = S_{л}$; $S_{x=l} = S_{п}$, определяем произвольные постоянные C_1 и C_2 :

$$C_1 = \frac{S_{п}}{sh\lambda l} - S_{л} \cdot \frac{ch\lambda l}{sh\lambda l} + \frac{Pdm_0}{\gamma B_y} \frac{(ch\lambda l - 1)}{sh\lambda l}; \quad C_2 = S_{л} - \frac{Pdm_0}{\gamma B_y}.$$

Сдвигающее усилие после всех преобразований будет иметь следующий вид:

$$S = \frac{Pdm_0}{\gamma B_y} \left(th\lambda \frac{l}{2} \cdot sh\lambda x - ch\lambda x + 1 \right) + S_{л} \frac{sh\lambda(l-x)}{sh\lambda l} + S_{п} \frac{sh\lambda x}{sh\lambda l}. \quad (6.11)$$

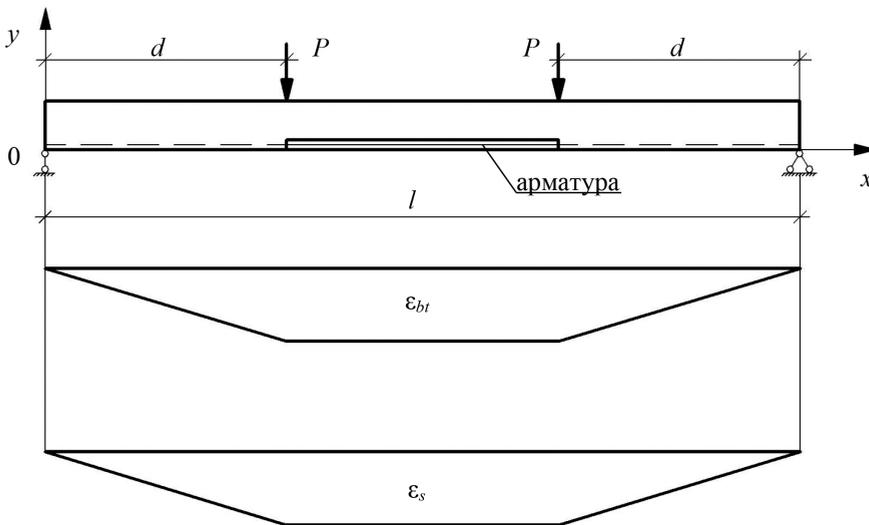


Рис. 6.2. Расчетная схема балки с нарушенным сцеплением в зоне чистого изгиба, распределение деформаций ϵ_s и ϵ_{bt} при $S_{x=0} = 0$

Численное значение сдвигающей силы для балки с единым параметром сцепления арматуры с бетоном в зоне чистого изгиба, найденное по (6.11), равно значению, найденному по (6.6) или (6.9).

Участки с нарушенным сцеплением могут находиться в приопорной зоне и распространяться в зону чистого изгиба (рис. 6.3). Рассмотрим элемент, у которого участок с нарушенным сцеплением начинается в приопорной зоне на расстоянии l_1 от опоры балки.

Запишем граничные условия $S_0 = S_1$, $S_{x=l-l_1} = 0$ для случая свободного сдвига арматуры:

$$S = \frac{S'_0}{\lambda} sh\lambda(l-l_1) + S_1 ch\lambda(l-l_1) + \frac{G}{\lambda} \int_0^{d-l_1} \Delta_{(\xi)_1} sh\lambda(l-l_1-\xi) d\xi + \frac{G}{\lambda} \int_{d-l_1}^{l-l_1-d} \Delta_{(\xi)_2} sh\lambda(l-l_1-\xi) d\xi + \frac{G}{\lambda} \int_{l-l_1-d}^{l-l_1} \Delta_{(\xi)_3} sh\lambda(l-l_1-\xi) d\xi = 0, \quad (6.12)$$

где $\Delta_{(\xi)_1} = -\frac{Pm_0}{B_y}(l_1+x)$; $\Delta_{(\xi)_2} = -\frac{Pdm_0}{B_y}$; $\Delta_{(\xi)_3} = -\frac{Pm_0}{B_y}(l-l_1-x)$.

Проинтегрировав выражение в правой части, получаем:

$$S = \frac{S'_0}{\lambda} sh\lambda(l-l_1) + S_1 ch\lambda(l-l_1) + \frac{Pm_0}{\gamma B_y} \left(\frac{sh\lambda d}{\lambda} - l_1 ch\lambda(l-l_1) + \frac{sh\lambda(l-d)}{\lambda} - \frac{sh\lambda(l-l_1)}{\lambda} \right) = 0; \quad (6.13)$$

$$S'_0 = \frac{Pm_0}{\gamma B_y sh\lambda(l-l_1)} (sh\lambda(l-l_1) + \lambda l_1 ch\lambda(l-l_1) - sh\lambda(l-d) - sh\lambda d) - \lambda S_1 cth\lambda(l-l_1).$$

Подставим найденное выражение для S'_0 в уравнение (6.1):

$$S = \frac{Pm_0 \cdot sh\lambda x}{\lambda \gamma B_y \cdot sh\lambda(l-l_1)} \times \left(\frac{sh\lambda(l-l_1) + \lambda l_1 ch\lambda(l-l_1) - sh\lambda(l-d) - sh\lambda d}{-sh\lambda(l-d) - sh\lambda d} \right) - S_1 (cth\lambda(l-l_1) \cdot sh\lambda x - ch\lambda x) + \frac{G}{\lambda} \int_0^x \Delta_{(\xi)_1} sh\lambda(x-\xi) d\xi. \quad (6.14)$$

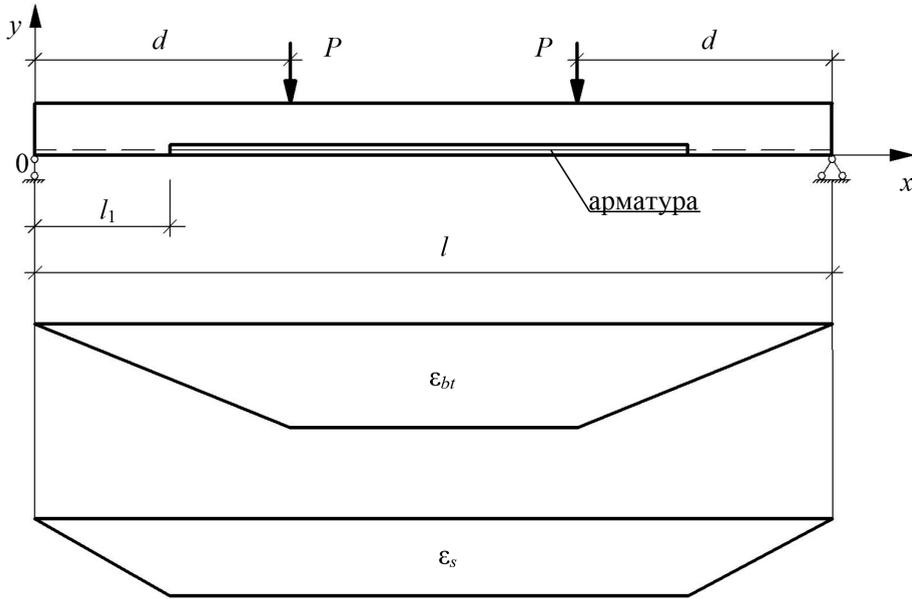


Рис. 6.3. Расчетная схема балки с нарушенным сцеплением в приопорной зоне, распределение деформаций ϵ_s и ϵ_{bt} при $S_{x=0} = 0$

Проинтегрировав выражение, получаем

$$S = \frac{Pm_0 \cdot sh\lambda x}{\lambda\gamma B_y \cdot sh\lambda(l-l_1)} \times$$

$$\times (sh\lambda(l-l_1) + \lambda l_1 ch\lambda(l-l_1) - sh\lambda(l-d) - sh\lambda d) - \quad (6.15)$$

$$- S_1 (cth\lambda(l-l_1) \cdot sh\lambda x - ch\lambda x) + \frac{Pm_0}{\lambda\gamma B_y} (\lambda(l_1+x) - \lambda l_1 ch\lambda x - sh\lambda x).$$

Запишем граничные условия $S_0 = S_1$, $S'_{x=l-l_1} = 0$ для случая отсутствия свободного сдвига арматуры:

$$S' = S'_0 ch\lambda(l-l_1) + \lambda S_1 sh\lambda(l-l_1) + G \int_0^{d-l_1} \Delta_{(\xi)_1} ch\lambda(l-l_1-\xi) d\xi +$$

$$+ G \int_{d-l_1}^{l-l_1-d} \Delta_{(\xi)_2} ch\lambda(l-l_1-\xi) d\xi + G \int_{l-l_1-d}^{l-l_1} \Delta_{(\xi)_3} ch\lambda(l-l_1-\xi) d\xi = 0, \quad (6.16)$$

где $\Delta_{(\xi)_1} = -\frac{Pm_0}{B_y} (l_1+x)$; $\Delta_{(\xi)_2} = -\frac{Pdm_0}{B_y}$; $\Delta_{(\xi)_3} = -\frac{Pm_0}{B_y} (l-l_1-x)$.

Проинтегрировав выражение в правой части, получаем:

$$\begin{aligned}
 S' &= S'_0 ch\lambda(l-l_1) + \lambda S_1 sh\lambda(l-l_1) + \frac{Pm_0}{\gamma B_y} \times \\
 &\times \left(\frac{ch\lambda d}{\lambda} - l_1 sh\lambda(l-l_1) + \frac{ch\lambda(l-d)}{\lambda} - \frac{ch\lambda(l-l_1)}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right) = 0; \\
 S'_0 &= \frac{Pm_0}{\lambda \gamma B_y ch\lambda(l-l_1)} \left(ch\lambda(l-l_1) + \lambda l_1 sh\lambda(l-l_1) - \right. \\
 &\quad \left. - ch\lambda(l-d) - ch\lambda d + 1 \right) \\
 &\quad - \lambda S_1 th\lambda(l-l_1).
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

Подставим найденное выражение для S'_0 в уравнение (6.1):

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{Pm_0 \cdot sh\lambda x}{\lambda \gamma B_y \cdot ch\lambda(l-l_1)} \times \\
 &\times (ch\lambda(l-l_1) + \lambda l_1 sh\lambda(l-l_1) - ch\lambda(l-d) - ch\lambda d + 1) - \\
 &- S_1 (th\lambda(l-l_1) \cdot sh\lambda x - ch\lambda x) + \frac{G}{\lambda} \int_0^x \Delta_{(\xi)} sh\lambda(x-\xi) d\xi.
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

Проинтегрировав выражение, получаем

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{Pm_0 \cdot sh\lambda x}{\lambda \gamma B_y \cdot ch\lambda(l-l_1)} \times \\
 &\times (ch\lambda(l-l_1) + \lambda l_1 sh\lambda(l-l_1) - ch\lambda(l-d) - ch\lambda d + 1) - \\
 &- S_1 (th\lambda(l-l_1) \cdot sh\lambda x - ch\lambda x) + \\
 &+ \frac{Pm_0}{\lambda \gamma B_y} (\lambda(l_1 + x) - \lambda l_1 ch\lambda x - sh\lambda x).
 \end{aligned} \tag{6.19}$$

Определив S , можно найти относительные деформации бетона на уровне рабочей арматуры:

$$\varepsilon_{bt} = \frac{Pdm_0}{B_y} - \frac{(0,5h-a) \left(\frac{2}{3}h-a \right) S}{B_y}. \tag{6.20}$$

Момент образования трещин определяем из условия достижения в крайнем растянутом волокне бетона предельных относительных деформаций (ε_{ubl}). Решение задачи осуществляется по участкам с учетом их количества и дискретного расположения по длине рассматриваемого элемента.

Для балок с единым параметром сцепления по всей длине элемента все вышеприведенные формулы полностью вырождаются в формулы, приведенные в подразделе 5.1, или дают результаты, численно равные вычисленным по этим формулам.

На основании графиков рис. 6.4–6.9 можно сделать следующие выводы о влиянии длины участка с нарушенным сцеплением на момент образования трещин M_{crc} в изгибаемых элементах:

1) для элементов со свободным сдвигом арматуры на опорах:

– при длине участков нарушенного сцепления более 40 % от общей длины элемента происходит снижение M_{crc} ;

– при проценте армирования $\mu = 2,62$ % и полном отсутствии сцепления снижение M_{crc} достигает 33 % и соответствует моменту образования трещин бетонной балки;

– при проценте армирования $\mu = 0,60$ % падение M_{crc} менее 9 %, даже при полном отсутствии сцепления арматуры с бетоном;

– при минимальном значении параметра сцепления λ существенного снижения величины M_{crc} не возникает (в пределах 5 %);

2) в элементах, в которых отсутствует сдвиг арматуры на опорах (специальные анкеры), при большом проценте армирования снижение M_{crc} не превышает 12 % в случае полного отсутствия сцепления, арматура продолжает участвовать в работе элемента.

В элементах с нарушенным сцеплением арматуры с бетоном рекомендуется выполнять дополнительную анкеровку арматуры на опорных частях элементов для уменьшения влияния участка с нарушенным сцеплением на момент образования трещин, прежде всего в элементах с высоким процентом армирования.

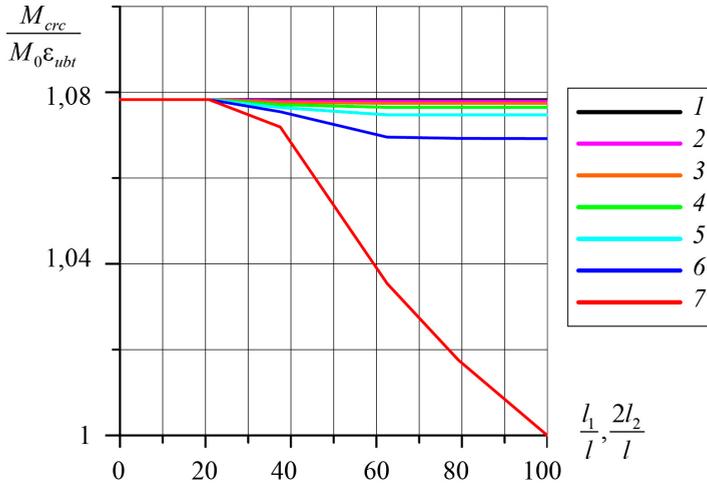


Рис. 6.4. График зависимости $\frac{M_{crc}}{M_0 \epsilon_{ubt}} - \frac{l_1(2l_2)}{l}$ для $\mu = 0,67\%$

при различных отношениях λ_1/λ_2 : 1 – 1,0; 2 – 0,83; 3 – 0,67; 4 – 0,5; 5 – 0,33; 6 – 0,17; 7 – 0, для элемента со свободным сдвигом арматуры на опорах

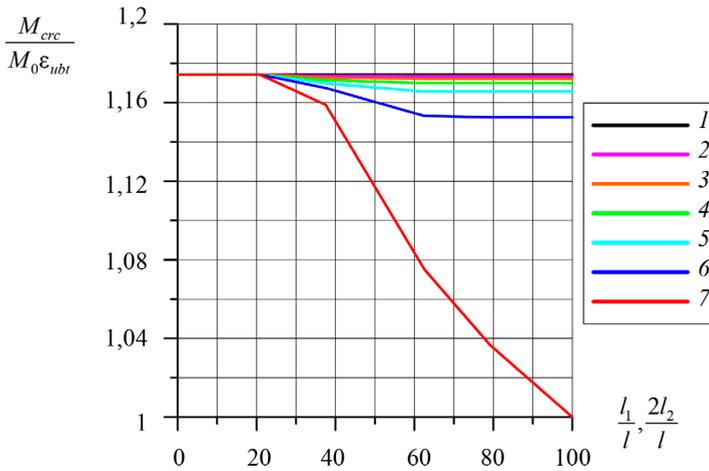


Рис. 6.5. График зависимости $\frac{M_{crc}}{M_0 \epsilon_{ubt}} - \frac{l_1(2l_2)}{l}$ для $\mu = 1,51\%$

при различных отношениях λ_1/λ_2 : 1 – 1,0; 2 – 0,83; 3 – 0,67; 4 – 0,5; 5 – 0,33; 6 – 0,17; 7 – 0, для элемента со свободным сдвигом арматуры на опорах

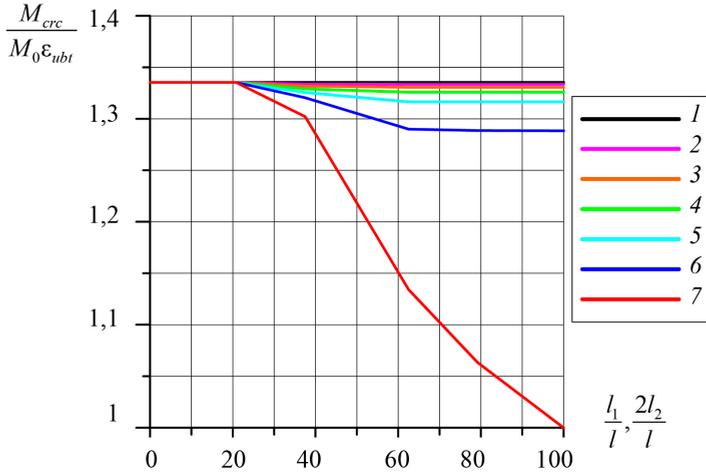


Рис. 6.6. График зависимости $\frac{M_{crc}}{M_0 \varepsilon_{ubt}} - \frac{l_1(2l_2)}{l}$ для $\mu = 2,96\%$ при различных отношениях λ_1/λ_2 : 1 – 1,0; 2 – 0,83; 3 – 0,67; 4 – 0,5; 5 – 0,33; 6 – 0,17; 7 – 0, для элемента со свободным сдвигом арматуры на опорах

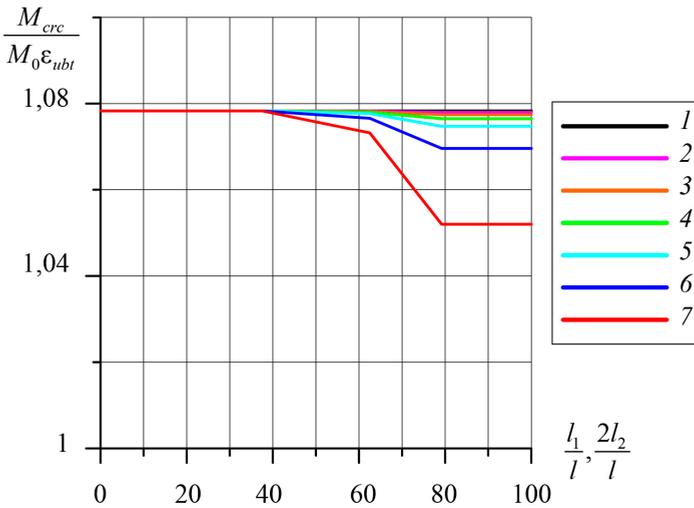


Рис. 6.7. График зависимости $\frac{M_{crc}}{M_0 \varepsilon_{ubt}} - \frac{l_1(2l_2)}{l}$ для $\mu = 0,67\%$ при различных отношениях λ_1/λ_2 : 1 – 1,0; 2 – 0,83; 3 – 0,67; 4 – 0,5; 5 – 0,33; 6 – 0,17; 7 – 0, для элемента с отсутствием сдвига арматуры на опорах

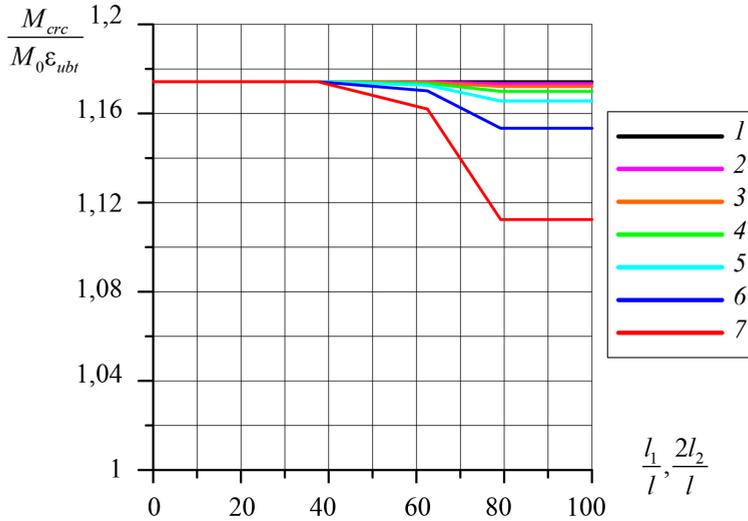


Рис. 6.8. График зависимости $\frac{M_{crc}}{M_0 \epsilon_{ubt}} - \frac{l_1(2l_2)}{l}$ для $\mu = 1,51\%$

при различных отношениях λ_1/λ_2 : 1 – 1,0; 2 – 0,83; 3 – 0,67; 4 – 0,5; 5 – 0,33; 6 – 0,17; 7 – 0, для элемента с отсутствием сдвига арматуры на опорах

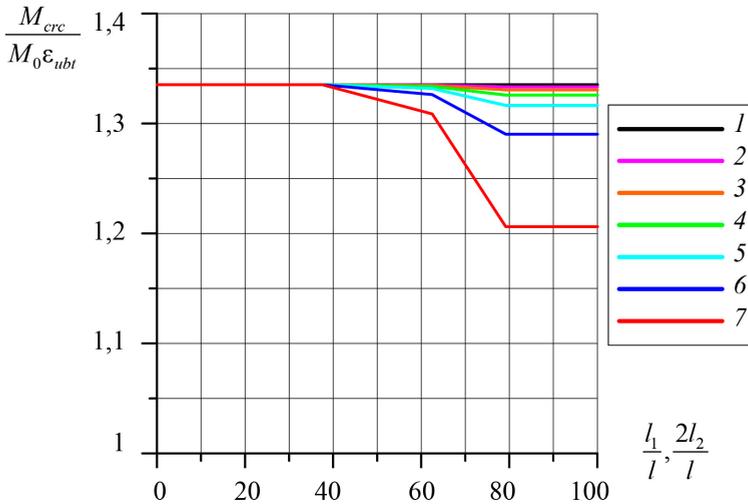


Рис. 6.9. График зависимости $\frac{M_{crc}}{M_0 \epsilon_{ubt}} - \frac{l_1(2l_2)}{l}$ для $\mu = 2,96\%$

при различных отношениях λ_1/λ_2 : 1 – 1,0; 2 – 0,83; 3 – 0,67; 4 – 0,5; 5 – 0,33; 6 – 0,17; 7 – 0, для элемента с отсутствием сдвига арматуры на опорах

Учет влияния неупругих свойств бетона описан в подразделе 5.2.

Рассмотрим несколько примеров расчета шарнирно опертой железобетонной балки с несколькими случаями расположения участка нарушенного сцепления (рис. 6.10). Исходные данные и результаты расчета приведены в табл. 6.1.

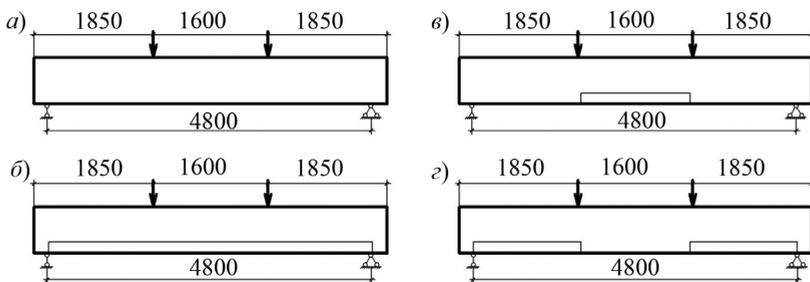


Рис. 6.10. Расчетные схемы балки: *а* – с обеспеченным сцеплением; *б* – с нарушенным сцеплением по всему пролету; *в* – с нарушенным сцеплением в зоне чистого изгиба; *г* – с нарушенным сцеплением в приопорных участках

Таблица 6.1

Результаты определения момента образования трещин

№ примера	Расчетная схема	Граничные условия	Армирование	μ , %	Класс бетона	Размеры сечения	a , мм	M_{cre} , кН·м
1	Рис. 6.10, <i>а</i>	$S = 0$	8Ø18 A500С	2,55	В30	400×200	30	21,1
2	Рис. 6.10, <i>б</i>	$S = 0$	8Ø18 A500С	2,55	В30	400×200	30	14,66
3	Рис. 6.10, <i>в</i>	$S = 0$	8Ø18 A500С	2,55	В30	400×200	30	21,1
4	Рис. 6.10, <i>г</i>	$S = 0$	8Ø18 A500С	2,55	В30	400×200	30	14,66

Как видно из примеров расчета, нарушенное сцепление по всему пролету и при длине участка на всю приопорную зону снижает момент образования трещин на 30,5 % по сравнению с балкой без нарушенного сцепления. Участок в зоне чистого изгиба не влияет на момент образования трещин.

6.2. Расчет ширины раскрытия трещин изгибаемых элементов

Все предпосылки и уравнения равновесия и совместности деформаций принимаются в соответствии с подразделом 5.3. В отличие от балки с обеспеченным сцеплением, уравнения (5.21), связывающие относительные деформации между арматурой и бетоном на уровне растянутой арматуры, а также их взаимные смещения для случая нарушенного сцепления, записываются от нулевых точек эпюры касательных напряжений смежных блоков:

$$\varepsilon_{sv} = \varepsilon_s - \varepsilon_{bt}; a_{crc} = \int_0^{c_{n-1}} \varepsilon_{sv} dx + \int_0^{c_n} \varepsilon_{sv} dx. \quad (6.21)$$

Дополнительное условие также принимается по формуле (5.22).

А. Упругая работа сжатой зоны бетона.

У элементов с нарушенным сцеплением в сечении с трещиной происходят перераспределение деформаций арматуры и увеличение неравномерности деформаций крайнего сжатого волокна бетона над трещиной. Резкое увеличение глубины проникновения трещины и сокращение сжатой зоны приводят к увеличению деформаций в крайнем сжатом волокне бетона в сечении над трещиной. Относительные деформации рабочей арматуры в конструкциях с нарушенным и обеспеченным сцеплением остаются неизменными [63, 66, 68].

Увеличение деформаций крайнего сжатого волокна учитываем с помощью коэффициента

$$k_{\psi_s} = \frac{\varepsilon_{sm(0)}}{\varepsilon_{sm(0\tau)}}, \quad (6.22)$$

где $\varepsilon_{sm(0\tau)}$ – средние относительные деформации растянутой арматуры для элемента с нарушенным сцеплением; $\varepsilon_{sm(0)}$ – средние относительные деформации растянутой арматуры для элемента с обеспеченным сцеплением.

С учетом выражения (6.22) получаем

$$\left\{ \begin{aligned} \xi &= -\frac{(\sigma_s \mu + \sigma_{bt}) \nu k_{\psi_s}}{\sigma_s - \sigma_{bt} \nu k_{\psi_s}} + \sqrt{\frac{(\sigma_s \mu + \sigma_{bt})^2 \nu^2 k_{\psi_s}^2}{(\sigma_s - \sigma_{bt} \nu k_{\psi_s})^2} + \frac{(2\sigma_s \mu + \sigma_{bt}) \nu k_{\psi_s}}{\sigma_s - \sigma_{bt} \nu k_{\psi_s}}}; \\ \sigma_s &= \frac{\frac{3M}{bh_0^2} - \sigma_{bt} (1 - \xi)}{\mu (3 - \xi)}; \\ \sigma_b &= \frac{\sigma_s \xi}{\nu k_{\psi_s} (1 - \xi)}. \end{aligned} \right. \quad (6.23)$$

Рассмотрим несколько характерных вариантов расположения участка нарушенного сцепления арматуры с бетоном (рис. 6.11–6.13).

Случай обеспеченного сцепления арматуры с бетоном показан на рис. 6.11. Напряжения в растянутом бетоне на уровне арматуры определяем из системы уравнений (2.4) с учетом граничных условий $\sigma_{bt(x=0)} = 0$.

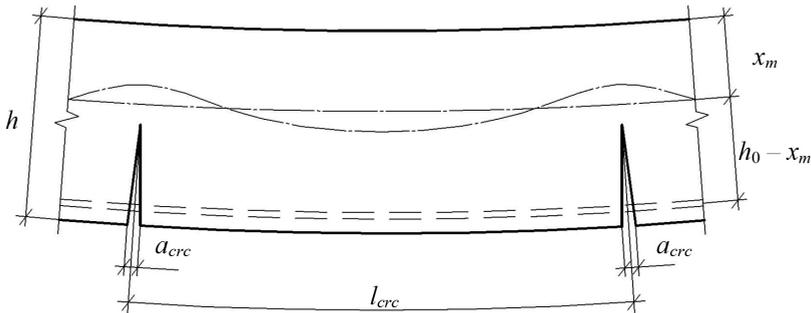


Рис. 6.11. Расчетная схема изгибаемого железобетонного элемента без участка с нарушенным сцеплением

Решение задачи от края блока для упругой работы контактного слоя, $S_{(x)}$ и $\sigma_{bt(x)}$:

$$S = \frac{\sigma_{s0} A_s (1 - \xi_1)}{(1 + \alpha n_1 - \xi_1)} \left(\left(\frac{ch\lambda l - 1}{sh\lambda l} \right) sh\lambda x - ch\lambda x + 1 \right); \quad (6.24)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{bt(x)} &= \frac{\sigma_{s0}\mu n_1}{(1 + \alpha n_1 - \xi_1)} \left(\left(\frac{ch\lambda l - 1}{sh\lambda l} \right) sh\lambda x - ch\lambda x + 1 \right); \\ \tau &= \frac{\lambda \sigma_{s0} d (1 - \xi_1)}{4(1 + \alpha n_1 - \xi_1)} \left(\left(\frac{ch\lambda l - 1}{sh\lambda l} \right) ch\lambda x - sh\lambda x \right),\end{aligned}\quad (6.25)$$

где $n_1 = 1 + 3 \left(1 - \frac{2a}{h - \xi_0 h_0} \right)^2$; $\xi_1 = \frac{\xi_0 h_0}{h}$.

Значения напряжений в арматуре (σ_{s0}) и относительной высоты сжатой зоны (ξ_0) на границах участка между трещинами определяются из (6.23), принимаем $\sigma_{bt} = 0$.

Ширина раскрытия трещин для упругой работы контактного слоя (см. формулу (5.30)) без учета усадочных деформаций

$$a_{crc} = \frac{2\sigma_{s0}}{\lambda E_s} th\lambda \frac{l_{crc}}{2} - \frac{R_{bt,ser}}{E_b} \cdot l_{crc}. \quad (6.26)$$

Напряжения в бетоне с учетом неупругих деформаций в контактном слое

$$\sigma_{bt(x)} = \frac{\sigma_{s0}\mu n_1}{(1 + \alpha n_1 - \xi_1)} - \frac{4\tau_u \mu n_1 \cdot ch\lambda x}{\lambda d (1 - \xi_1) \cdot sh\lambda a_0}. \quad (6.27)$$

На участке между трещинами можно выделить три характерные зоны: зону нарушенного сцепления, зону неупругих деформаций и зону упругих деформаций контакта:

1) зона отсутствующего сцепления:

$$c = \frac{l}{2} - a_0 - \frac{\sigma_{s0} A_s (1 - \xi_1)}{\tau_u S_p (1 + \alpha n_1 - \xi_1)} + \frac{\sqrt{t^2 + 1}}{\lambda t}; \quad (6.28)$$

2) зона пластических деформаций:

$$b = \frac{\sigma_{s0} A_s (1 - \xi_1)}{\tau_u S_p (1 + \alpha n_1 - \xi_1)} - \frac{\sqrt{t^2 + 1}}{\lambda t}; \quad (6.29)$$

3) зона упругих деформаций:

$$a_0 = \frac{\ln(t + \sqrt{t^2 - 1})}{\lambda}; \quad t = \frac{4\tau_u \mu n_1}{\lambda d (1 - \xi_1) \left(\frac{\sigma_{s0} \mu n_1}{(1 + \alpha n_1 - \xi_1)} - R_{bt,ser} \right)}. \quad (6.30)$$

Взаимные смещения арматуры и бетона на этих участках определяются по формуле

$$\delta_0 = \frac{\sigma_{s0}}{E_s} (b - a_0) - \frac{4\tau_u (1 + \alpha n_1 - \xi_1)}{d(1 - \xi_1) E_s} \left(\frac{b^2}{2} - \left(b - \frac{a_0}{2} \right) a_0 + \frac{1}{\lambda^2} \right). \quad (6.31)$$

Ширина раскрытия трещин при упругопластической работе контактного слоя определяется по формуле

$$a_{crc} = \frac{2\sigma_{s0}}{E_s} (c + b - a_0) - \frac{8\tau_u (1 + \alpha n_1 - \xi_1)}{d(1 - \xi_1) E_s} \left(\frac{b^2}{2} - \left(b - \frac{a_0}{2} \right) a_0 + \frac{1}{\lambda^2} \right). \quad (6.32)$$

Рассмотрим блок железобетонного элемента с нечетным количеством участков с нарушенным сцеплением (рис. 6.12) на примере элемента с тремя участками. Значение сдвигающей силы и напряжений в бетоне на участках l_1 и l_3 рассчитаем по формулам (6.24) и (6.25). Определим сдвигающее усилие и напряжения в растянутом бетоне на участке l_2 .

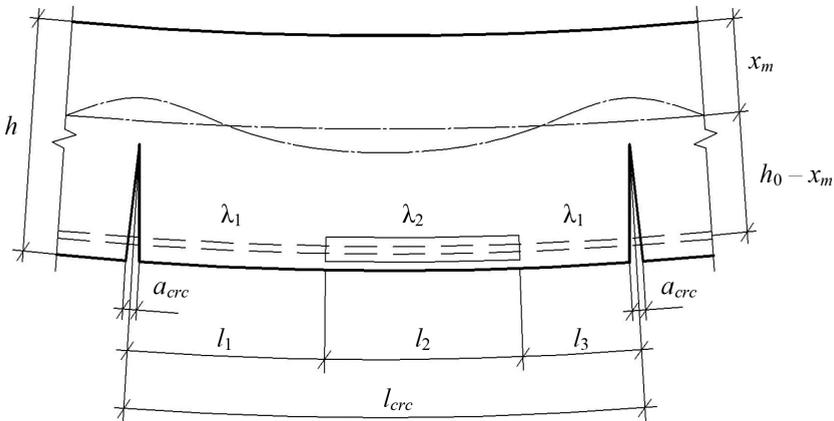


Рис. 6.12. Расчетная схема изгибаемого железобетонного элемента с нечетным количеством участков с нарушенным сцеплением

Решая систему уравнений (2.4), получаем формулу для определения значений сдвигающего усилия и напряжений в растянутом бетоне на участке l_2 :

$$S = \frac{\sigma_{s0} A_s (1 - \xi_1)}{1 + \alpha n_1 - \xi_1} \left(th \lambda_2 \frac{l_2}{2} \cdot sh \lambda_2 x - ch \lambda_2 x + 1 \right) + S_{II} \frac{sh \lambda_2 (l_2 - x)}{sh \lambda_2 l_2} + S_{II} \frac{sh \lambda_2 x}{sh \lambda_2 l_2}; \quad (6.33)$$

$$\sigma_{bt} = \frac{\sigma_{s0} \mu n_1}{1 + \alpha n_1 - \xi_1} \left(th \lambda_2 \frac{l_2}{2} \cdot sh \lambda_2 x - ch \lambda_2 x + 1 \right) + S_{II} \frac{sh \lambda_2 (l_2 - x) n_1}{A_b (1 - \xi_1) sh \lambda_2 l_2} + S_{II} \frac{n_1 \cdot sh \lambda_2 x}{A_b (1 - \xi_1) sh \lambda_2 l_2}; \quad (6.34)$$

$$\tau = \frac{\lambda \sigma_{s0} d (1 - \xi_1)}{4 (1 + \alpha n_1 - \xi_1)} \left(th \lambda_2 \frac{l_2}{2} \cdot ch \lambda_2 x - sh \lambda_2 x \right) - \frac{\lambda S_{II} ch \lambda_2 (l_2 - x)}{S_p sh \lambda_2 l_2} + \frac{\lambda S_{II} ch \lambda_2 x}{S_p sh \lambda_2 l_2},$$

где $S_{II} = \frac{\sigma_{s0} A_s (1 - \xi_1)}{(1 + \alpha n_1 - \xi_1)} \left(th \lambda_1 \frac{l_{crc}}{2} \cdot sh \lambda_1 l_1 - ch \lambda_1 l_1 + 1 \right);$

$$S_{II} = \frac{\sigma_{s0} A_s (1 - \xi_1)}{(1 + \alpha n_1 - \xi_1)} \left(th \lambda_1 \frac{l_{crc}}{2} \cdot sh \lambda_1 l_3 - ch \lambda_1 l_3 + 1 \right).$$

Взаимные смещения на участке l_2 от нулевой точки эпюры касательных напряжений до границы участка вычисляются по формуле

$$\delta = \frac{\sigma_{s0}}{\lambda E_s} \left(sh \lambda_2 c + th \lambda_2 \frac{l_2}{2} \cdot (1 - ch \lambda_2 c) \right) + S_{II} \frac{(1 + \alpha n_1 - \xi_1) (1 - ch \lambda_2 c)}{\lambda_2 E_s A_s (1 - \xi_1) sh \lambda_2 l_2} + S_{II} \frac{(1 + \alpha n_1 - \xi_1) \cdot ch \lambda_2 (l_2 - c) - ch \lambda_2 l_2}{\lambda_2 E_s A_s (1 - \xi_1) sh \lambda_2 l_2}, \quad (6.35)$$

$$\text{где } c = \frac{\ln\left(\frac{\sqrt{1-Z^2}}{1-Z}\right)}{\lambda}; \quad Z = \frac{\left(S_{\text{л}} \operatorname{cth}\lambda_2 l_2 - \frac{S_{\text{п}}}{\operatorname{sh}\lambda_2 l_2} - \frac{\sigma_{s0} d (1-\xi_1)}{4(1+\alpha n_1 - \xi_1)} \operatorname{th}\lambda_2 \frac{l_2}{2}\right)}{S_{\text{л}} - \frac{\sigma_{s0} d (1-\xi_1)}{4(1+\alpha n_1 - \xi_1)}}.$$

Взаимные смещения на участках l_1 и l_3 определяются по формуле

$$\delta_0 = \frac{\sigma_{s0}}{\lambda E_s} \left(\frac{(1 - \operatorname{ch}\lambda_1 l)(\operatorname{ch}\lambda_1 l_1 - 1)}{\operatorname{sh}\lambda_1 l} + \operatorname{sh}\lambda_1 l_1 \right). \quad (6.36)$$

Для определения смещений на участке l_3 в формуле (6.36) значения l_1 заменяются значением l_3 .

Условием образования новой трещины является достижение предельных значений напряжений $\sigma_{bt(x)}$, равных $R_{bt,ser}$. Выполняя расчет последовательного образования трещин, одновременно определяем размеры блоков, на которые трещины разделяют зону чистого изгиба. Расчет последовательного образования трещин выполняем до достижения предельных деформаций в арматурном стержне или условия $\tau \geq \tau_u$.

Схема, изображенная на рис. 6.12, необходима для расчета последовательного образования трещин и определения конечного размера каждого блока железобетонного элемента. При возникновении пластических деформаций в контактном слое процесс трещинообразования стабилизируется и не происходит образования новых трещин, поэтому формулы упругопластической работы контактного слоя для этого случая не приводятся.

При стабилизации процесса трещинообразования в элементе можно выделить два характерных блока: блок с единым параметром сцепления по всей длине и блок с различными параметрами сцепления на двух участках. Рассмотрим блок с двумя участками (рис. 6.13).

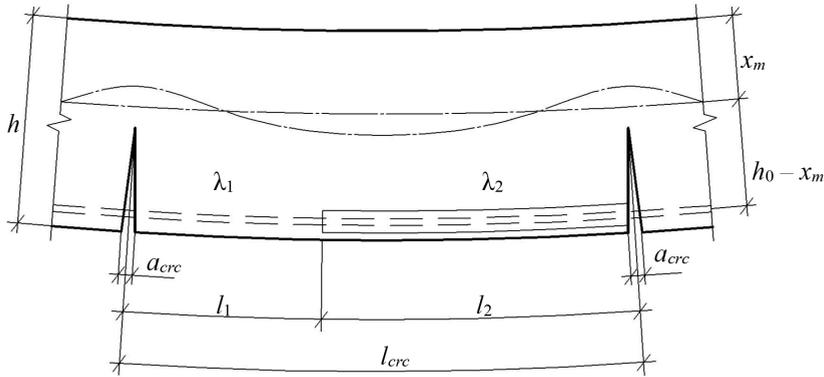


Рис. 6.13. Расчетная схема изгибаемого железобетонного элемента с четным количеством участков с нарушенным сцеплением

Решая систему уравнений (2.4), получаем формулу для определения значения сдвигающего усилия и напряжений в растянутом бетоне на участке l_2 (при условии $\lambda_1 (l_1) \leq \lambda_2 (l_2)$); значения сдвигающего усилия и напряжений в растянутом бетоне и контактном слое определяем по формулам (6.24) и (6.25):

$$S = \frac{\sigma_{s0} A_s (1 - \xi_1)}{1 + \alpha n_1 - \xi_1} \left(th \lambda_2 \frac{l_2}{2} \cdot sh \lambda_2 x - ch \lambda_2 x + 1 \right) - S_{II} (cth \lambda_2 l_2 \cdot sh \lambda_2 x - ch \lambda_2 x); \quad (6.37)$$

$$\sigma_{bt} = \frac{\sigma_{s0} \mu n_1}{1 + \alpha n_1 - \xi_1} \left(th \lambda_2 \frac{l_2}{2} \cdot sh \lambda_2 x - ch \lambda_2 x + 1 \right) - \frac{S_{II} n_1}{A_b (1 - \xi_1)} (cth \lambda_2 l_2 \cdot sh \lambda_2 x - ch \lambda_2 x); \quad (6.38)$$

$$\tau = \frac{\lambda \sigma_{s0} d (1 - \xi_1)}{4 (1 + \alpha n_1 - \xi_1)} \left(th \lambda_2 \frac{l_2}{2} \cdot ch \lambda_2 x - sh \lambda_2 x \right) - \frac{\lambda_2 S_{II}}{S_p} (cth \lambda_2 l_2 \cdot ch \lambda_2 x - sh \lambda_2 x),$$

где $S_{II} = \frac{\sigma_{s0} A_s (1 - \xi_1)}{(1 + \alpha n_1 - \xi_1)} \left(th \lambda_1 \frac{l_{crc}}{2} sh \lambda_1 l_2 - ch \lambda_1 l_2 + 1 \right)$.

Взаимные смещения на участке l_2 от нулевой точки эпюры касательных напряжений до границы участка вычисляются по формуле

$$\delta = \frac{\sigma_{s0}}{\lambda E_s} \left(\frac{ch\lambda_2 c - 1}{sh\lambda_1 l} + sh\lambda_2 c - cth\lambda_2 l_{crc} (ch\lambda_2 c - 1) \right) + S_{\text{л}} \frac{(1 + \alpha n_1 - \xi_1)}{\lambda_2 E_s A_s (1 - \xi_1)} (cth\lambda_2 l_{crc} (ch\lambda_2 c - 1) - sh\lambda_2 c), \quad (6.39)$$

где $c = \frac{\ln\left(\frac{\sqrt{1-Z^2}}{1-Z}\right)}{\lambda_2}$; $Z = \frac{\left(S_{\text{л}} cth\lambda_2 l_2 - \frac{\sigma_{s0} d (1 - \xi_1)}{4(1 + \alpha n_1 - \xi_1)} th\lambda_2 \frac{l_2}{2}\right)}{S_{\text{л}} - \frac{\sigma_{s0} d (1 - \xi_1)}{4(1 + \alpha n_1 - \xi_1)}}$.

Напряжения в бетоне на участке l_2 с учетом неупругих деформаций в контактном слое:

$$\sigma_{bt(x)} = \frac{\sigma_{s0} \mu n_1}{(1 + \alpha n_1 - \xi_1)} (th\lambda_2 a_0 \cdot sh\lambda_2 x - ch\lambda_2 x + 1) - \frac{4\tau_u \mu n_1 \cdot sh\lambda_2 x}{\lambda_2 d (1 - \xi_1) \cdot ch\lambda_2 a_0}. \quad (6.40)$$

Формулы для определения длины участков зон с нарушенным сцеплением, упругих и пластических деформаций при расчете от нулевой точки эпюры касательных напряжений:

1) зона нарушенного сцепления:

$$c = c_0 - a_0 - \frac{\sigma_{s0} A_s (1 - \xi_1)}{\tau_u S_p (1 + \alpha n_1 - \xi_1)} + \frac{\sqrt{t^2 + 1}}{\lambda_2 t}; \quad (6.41)$$

2) зона пластических деформаций:

$$b = \frac{\sigma_{s0} A_s (1 - \xi_1)}{\tau_u S_p (1 + \alpha n_1 - \xi_1)} - \frac{\sqrt{t^2 + 1}}{\lambda_2 t}; \quad (6.42)$$

3) зона упругих деформаций:

$$a_0 = \frac{\ln\left(t + \sqrt{t^2 - 1}\right)}{\lambda_2}, \quad t = \frac{4\tau_u \mu n_1}{\lambda_2 d (1 - \xi_1) \left(\frac{\sigma_{s0} \mu n_1}{(1 + \alpha n_1 - \xi_1)} - R_{bt,ser} \right)}. \quad (6.43)$$

Взаимные смещения арматуры и бетона на этих участках определяются по формуле

$$\delta_0 = \frac{\sigma_{s0}}{E_s} (b - a_0) - \frac{4\tau_u (1 + \alpha n_1 - \xi_1)}{d (1 - \xi_1) E_s} \left(\frac{b^2}{2} - \left(b - \frac{a_0}{2} \right) a_0 + \frac{1}{\lambda_2^2} \right). \quad (6.44)$$

На участке l_2 длину зоны упругих деформаций определяем методом последовательных приближений по формуле

$$a_0 = l_2 - \frac{\sigma_{s0} A_s (1 - \xi_1)}{\tau_u S_p (1 + \alpha n_1 - \xi_1)} (th\lambda_2 a_0 \cdot sh\lambda_2 a_0 - ch\lambda_2 a_0 + 1) - \frac{th\lambda_2 a_0}{\lambda_2}. \quad (6.45)$$

В первом приближении принимаем $a_0 = l_2$, расчет продолжаем до тех пор, пока в пределах заданной точности $a_i = a_{i-1}$.

При упругой работе контактного слоя ширина раскрытия трещин определяется по формуле (4.32). У элемента с различными параметрами сцепления взаимные смещения арматуры и бетона суммируются со всех участков от нулевой точки до берега трещины. Второе слагаемое в формуле (4.32) – это собственные удлинения бетона на участке между трещинами.

Ширину раскрытия трещин при упругопластической работе контактного слоя определяем тоже по формуле (4.32), но взаимные смещения между арматурой и бетоном находим по формулам:

$$\begin{aligned} \delta_{c_n} &= \delta_{c_0(n)} + \delta_{b(n)} + \delta_{a_0(n)}; \\ \delta_{c_{n-1}} &= \delta_{c_0(n-1)} + \delta_{b(n-1)} + \delta_{a_0(n-1)}. \end{aligned} \quad (6.46)$$

Б. Упругопластическая работа сжатой зоны бетона.

Для изгибаемых элементов с нарушенным сцеплением также справедливо условие появления неупругих деформаций в сжатой зоне бетона при

$\frac{M}{bh^2} > 0,5R_{b,ser}\xi\left(1 - \frac{\xi}{3}\right)$. В этом случае уравнения (5.35) и (5.36) записываются без изменений, а уравнение (5.37) принимает вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_s \mu + 0,5 \sigma_{bt} (1 - \xi) - 0,5 R_{b,ser} \left(\xi + \frac{f_1}{h_0} \right) = 0; \\ R_{b,ser} \left(\frac{f_1}{h_0} \left(1 - 0,5 \frac{f_1}{h_0} \right) + 0,5 \left(\xi - \frac{f_1}{h_0} \right) \times \right. \\ \left. \times \left(1 - \frac{1}{3} \left(\xi + 2 \frac{f_1}{h_0} \right) + \frac{\sigma_{bt}}{6} (1 - \xi)^2 \right) \right) = \frac{M}{bh_0^2}; \\ \sigma_s = R_{b,ser} v \frac{k_{\psi_s} (1 - \xi)}{\left(\xi - \frac{f_1}{h_0} \right)}. \end{array} \right. \quad (6.47)$$

Решая систему уравнений (6.47), определяем параметры напряженного состояния сечения элемента на участке между трещинами:

$$\xi = \frac{2\sigma_s \mu + \frac{R_{b,ser}^2 v k_{\psi_s}}{\sigma_s} + \sigma_{bt}}{\sigma_{bt} + R_{b,ser} \left(2 + \frac{R_{b,ser} v k_{\psi_s}}{\sigma_s} \right)}; \quad (6.48)$$

$$\frac{f_1}{h_0} = 1,5 - \frac{\xi}{2} - \sqrt{2,25 + 1,5\xi \left(1 - \frac{\xi}{2} \right) + \frac{\sigma_{bt}}{R_{b,ser}} (1 - \xi)^2 - \frac{6M}{R_{b,ser} b h_0^2}}; \quad (6.49)$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_s \frac{\xi}{k_{\psi_s} (1 - \xi)}. \quad (6.50)$$

Значения σ_s и ξ определяем численно.

6.3. Кривизна элемента

Кривизну элемента в зоне чистого изгиба определяем по средним деформациям арматуры $\varepsilon_{s,m}$ и бетона $\varepsilon_{b,m}$ на участке между трещинами [30] по формуле (5.42).

Для определения средних деформаций в бетоне и арматуре находим средние напряжения в растянутом бетоне $\sigma_{bt,m}$ на участке между трещинами с учетом расположения участков нарушенного сцепления:

$$\sigma_{bt,m} = \frac{\int_0^{l_1} \sigma_{bt(l_1),x} dx + \int_0^{l_2} \sigma_{bt(l_2),x} dx + \dots + \int_0^{l_n} \sigma_{bt(l_n),x} dx}{l_{erc}}. \quad (6.51)$$

1. Для участка между трещинами с единым параметром сцепления при упругой работе контактного слоя используем формулу (5.44), но параметр t определяется без учета усадочных деформаций:

$$t = \frac{1}{1 - \frac{R_{bt,ser}(1 + \alpha n_1 - \xi_1)}{\sigma_{s0} \mu n_1}}. \quad (6.52)$$

2. Для участка между трещинами с различными параметрами сцепления на двух участках при упругой работе контактного слоя:

$$\begin{aligned} \sigma_{bt,m} = & \frac{n_1 \mu \sigma_{s0}}{(1 - \xi_1 + \alpha n_1) l} \left(\left(\frac{ch\lambda l - 1}{sh\lambda l} \right) \left(\frac{ch\lambda l_1 - 1}{\lambda} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{sh\lambda l_1}{\lambda} - \frac{2}{\lambda} th\lambda \frac{l_2}{2} + l \right) + \frac{S_{\Pi} n_1}{A_b (1 - \xi_1)} \frac{th\lambda \frac{l_2}{2}}{\lambda}. \end{aligned} \quad (6.53)$$

В общем случае для элементов с n -м количеством участков при упругой работе контактного слоя:

а) для первого крайнего участка блока:

$$\int_0^{l_1} \sigma_{bt,x} dx = \frac{n_1 \mu \sigma_{s0}}{(1 - \xi_1 + \alpha n_1)} \left(\left(\frac{ch\lambda l - 1}{sh\lambda l} \right) \left(\frac{ch\lambda l_1 - 1}{\lambda} \right) - \frac{sh\lambda l_1}{\lambda} + l_1 \right); \quad (6.54)$$

б) для внутреннего участка блока:

$$\int_0^{l_n} \sigma_{bt,x} dx = \frac{n_1 \mu \sigma_{s0}}{(1 - \xi_1 + \alpha n_1)} \left(l_n - \frac{2}{\lambda} th\lambda \frac{l_n}{2} \right) + \frac{S_{\Pi} n_1}{A_b (1 - \xi_1)} \frac{th\lambda \frac{l_n}{2}}{\lambda}; \quad (6.55)$$

в) для крайнего участка блока с четным количеством участков:

$$\begin{aligned} \int_0^{l_n} \sigma_{bt,x} dx = & \frac{n_1 \mu \sigma_{s0}}{(1 - \xi_1 + \alpha n_1)} \left(l_n - \frac{2}{\lambda} th\lambda \frac{l_n}{2} \right) + \frac{S_{\Pi} n_1}{A_b (1 - \xi_1)} \frac{th\lambda \frac{l_n}{2}}{\lambda} + \\ & + \frac{S_{\Pi} n_1}{A_b (1 - \xi_1)} \left(\frac{ch\lambda l_n - 1}{\lambda sh\lambda l_n} \right). \end{aligned} \quad (6.56)$$

При упругопластической работе контактного слоя расчет выполняем от нулевой точки эпюры касательных напряжений:

$$\int_0^c \sigma_{bt,x} dx = \left(\frac{\sigma_{s0} a_0}{1 - \xi_1 + \alpha n_1} - \frac{\tau_u S_p}{2 A_s} \left(1 - \frac{1}{\lambda^2 b^2} \right) b^2 \right) n_1 \mu, \quad (6.57)$$

где $b = \frac{\sigma_{s0} A_s}{\tau_u S_p (1 - \xi_1 + \alpha n_1)} - \frac{ct h \lambda a_0}{\lambda}$; a_0 определяем по (6.45).

Средние деформации в растянутом бетоне на уровне рабочей арматуры находим также по формуле (6.51).

Средние относительные деформации в арматуре $\varepsilon_{s,m}$ и бетоне $\varepsilon_{b,m}$ определяем по формулам (6.23) при упругой работе бетона сжатой зоны или по формулам (6.47) при упругопластической работе бетона сжатой зоны.

6.4. Варианты расчета элементов с различной степенью нарушения сцепления

При эксплуатации возможно несколько вариантов работы конструкции с дефектами сцепления арматуры с бетоном.

1. Сцепление в железобетонной конструкции обеспечено по всему пролету. В данном случае расчет выполняется по методике, описанной в настоящей монографии, но с единым параметром сцепления λ .

2. Сцепление нарушено по всему пролету (возможно только при наличии специальных анкеров) или на отдельных участках до приложения нагрузки к конструкции или после приложения нагрузки, но до появления первых трещин в элементе. Расчет выполняем по методике, приведенной в нашей работе.

3. Нарушение сцепления в конструкции произошло во время эксплуатации конструкции. Сначала выполняется расчет конструкции при параметре сцепления, соответствующем полностью обеспеченному сцеплению в данной конструкции, затем расчет конструкции с заданным дефектом от начала загрузки, анализ и прогноз дальнейшей работы конструкции. В первом приближении, в рамках описанного подхода, деформации, возникающие в элементе в результате длительного действия нагрузки, учитываются уменьшением модуля деформаций в соответствии с нормативными документами [103, 104].

На основании анализа влияния участков с различной степенью нарушения сцепления арматуры с бетоном на усилие образования трещин, их шаг

и ширину раскрытия, представленного в разделах 4 и 6, составлена таблица 6.2, которая предлагает деление степеней нарушения сцепления с указанием их влияния на работу конструкции.

Таблица 6.2

Степени нарушения сцепления арматуры с бетоном

Степень нарушения сцепления	Значение параметра χ	Причины	Последствия
Сильное нарушение сцепления и полное его отсутствие	$0 \leq \chi < 0,2$	Коррозия арматуры при слое продуктов коррозии толщиной более 3 мм; нагрев при пожаре ($t = 500 \text{ }^\circ\text{C}$ и выше); повреждение защитного слоя с оголением арматуры по всему периметру	Увеличение момента образования трещин в растянутых элементах и уменьшение момента образования в изгибаемых элементах; значительное увеличение шага трещин, их ширины и глубины проникновения, увеличение прогибов элемента
Среднее нарушение сцепления	$0,2 \leq \chi < 0,8$	Коррозия арматуры при слое продуктов коррозии толщиной до 3 мм; воздействие нефтепродуктов; влияние длительного стационарного нагрева; нагрев при пожаре (до $t = 400 \text{ }^\circ\text{C}$); влияние отрицательных температур (ниже $-40 \text{ }^\circ\text{C}$); повреждение защитного слоя	Незначительное увеличение усилия образования трещин и уменьшение момента образования трещин, увеличение шага трещин и ширины их раскрытия
Хорошее сцепление	$0,8 \leq \chi < 1,0$	Незначительные повреждения защитного слоя; влияние стационарного нагрева (до $t = 60 \text{ }^\circ\text{C}$)	Незначительное увеличение шага и ширины раскрытия трещин; отсутствие влияния на усилие образования трещин в растянутых и изгибаемых элементах

7. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С НАРУШЕННЫМ СЦЕПЛЕНИЕМ

7.1. Изготовление, размеры и конструкции экспериментальных образцов

С учетом современных тенденций к увеличению прочности бетона при строительстве зданий и сооружений и небольшого количества экспериментальных работ по исследованию железобетонных элементов из высокопрочного бетона с нарушенным сцеплением арматуры с бетоном без предварительного напряжения было принято решение изготавливать экспериментальные образцы из бетона класса В60.

Образцы были изготовлены на ОАО «Кузнецовский комбинат строительных конструкций и материалов» в Архангельске и в лаборатории кафедры железобетонных и каменных конструкций СПбГАСУ.

Для изготовления образцов использовался портландцемент активностью 51,7 МПа производства ОАО «Мордовцемент». Кварцевый песок средней крупности (модуль крупности 2,32) и щебень гранитный фракции 20–40. Состав бетонной смеси на 1 м³ показан в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Состав бетонной смеси на 1 м³

Материал	Расход на 1 м ³ , кг
Цемент	510
Щебень	1200
Песок	610
Вода	178
«Реламикс»	9

В цехе ОАО «Кузнецhevский комбинат строительных конструкций и материалов» было изготовлено два вида образцов: балки и образцы для исследования сцепления арматуры с бетоном. Для определения физико-механических свойств материалов были изготовлены стандартные элементы – кубы и призмы. Бетонная смесь приготавливалась в смесителе принудительного действия. Все образцы были забетонированы за два замеса в горизонтальном положении. Уплотнение бетонной смеси выполнялось на вибростоле.

Балки прямоугольного поперечного сечения армировались двумя плоскими каркасами, использовалась рабочая арматура $\varnothing 14$ и $\varnothing 18$ мм (для различных серий образцов) класса А400 (рис. 7.1, 7.2). Поперечное армирование выполнялось стержнями класса В500, диаметром $\varnothing 6$ мм, с шагом 100 мм. На опорных частях балки к каркасу был приварен равнополочный уголок 30×5 мм для обеспечения анкеровки (рис. 7.3).

Нарушение сцепления создавалось скульптурным пластилином, толщина его слоя составляла не менее 1,5 мм.

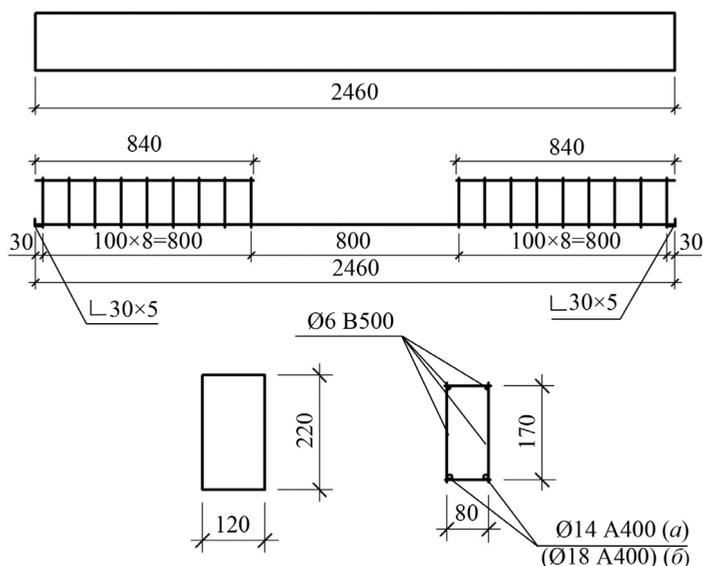


Рис. 7.1. Конструкция железобетонных балок для испытания на изгиб: для образцов серий с $\mu = 1,17\%$ (а); для образцов серий с $\mu = 1,93\%$ (б)

Образцы бетонировались в стандартной опалубке $2460 \times 220 \times 120$ мм, предназначенной для изготовления надворотных перемычек, и выдерживались в ней во время набора прочности в течение семи суток. После рас-

палубования образцы хранились при температуре 18 °С и относительной влажности воздуха 89 %.

В средней трети пролета (зоне чистого изгиба) для определения средних деформаций в растянутой арматуре были приварены металлические втулки для последующей установки электромеханических тензометров ТА-2 с базой 100 мм. Во втулках была предварительно нарезана внутренняя резьба для крепления опорных площадок под ножки тензометров, втулки были полностью изолированы от окружающего бетона скульптурным пластилином.



Рис. 7.2. Общий вид каркасов для экспериментальных образцов с нарушенным сцеплением



Рис. 7.3. Общий вид анкерного уголка на опоре балки

Опытные образцы для исследования сцепления арматуры с бетоном представляли собой бетонные призмы, армированные одним центрально расположенным арматурным стержнем $\varnothing 14$ и $\varnothing 18$ мм из арматуры класса А400С и А500С (рис. 7.4). Опалубка для образцов была выполнена из фанеры толщиной 15 мм и перед формованием образцов смазывалась минеральным маслом. Образцы изготавливались одновременно с балками для испытания на изгиб. Длина и поперечное сечение призмы выбирались таким образом, чтобы в элементе не возникали сквозные трещины во время испытаний и трещины раскалывания у торцов элемента.

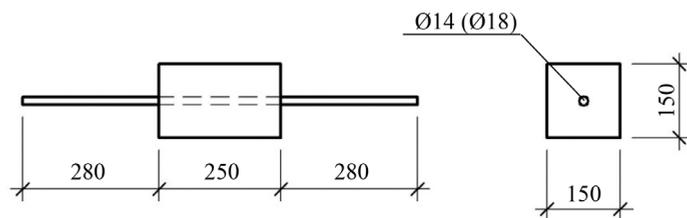


Рис. 7.4. Конструкция образца для исследования сцепления арматуры с бетоном

В лаборатории кафедры железобетонных и каменных конструкций СПбГАСУ были изготовлены образцы для исследования трещиностойкости центрально растянутых железобетонных элементов.

Состав бетонной смеси аналогичен образцам для испытания на изгиб и исследования сцепления (см. табл. 7.1). Бетонная смесь изготавливалась в смесителе принудительного действия объемом 20 л. Уплотнение бетонной смеси производилось глубинным вибратором ИВ-35-1 (частота колебаний 13 000 кол/мин.). Образцы бетонировались в разборной деревянной форме (рис. 7.5), перед бетонированием форма смазывалась минеральным маслом.

Нарушение сцепления создавалось скульптурным пластилином, толщина его слоя составляла не менее 1,5 мм.



Рис. 7.5. Общий вид опалубки и армирования образцов для испытаний на центральное растяжение

Образцы армировались одним centrally расположенным стержнем $\varnothing 12$ мм из арматуры класса А500С (рис. 7.6). Длина образца была выбрана из условий размещения в испытательной системе. Нарушение сцепления создавалось скульптурным пластилином.

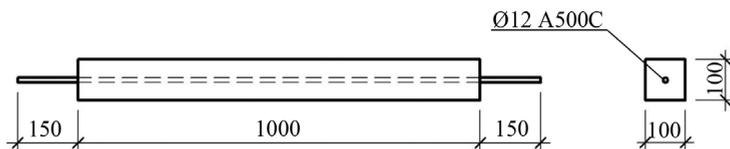


Рис. 7.6. Конструкция образца для испытаний на центральное растяжение

7.2. Определение физико-механических характеристик бетона

Для определения физико-механических характеристик бетона одновременно с основными опытными образцами были изготовлены призмы и кубы размерами $100 \times 100 \times 400$ мм и $100 \times 100 \times 100$ мм соответственно. Испытания призм выполнялись в соответствии с ГОСТ 24452–80 [130] и ГОСТ 10180–90 [131]. Испытания призм и кубов проводились непосредственно перед испытаниями основных образцов.

В процессе испытания призм нагрузка прикладывалась ступенями по 10 % от ожидаемой разрушающей нагрузки, со снятием показаний в начале и в конце каждой ступени. Время выдержки под нагрузкой на каждой ступени составляло 4–5 минут. Величину ожидаемой разрушающей нагрузки определяли на основании испытания кубов.

Для измерения продольных деформаций сжатия использовались электромеханические тензометры ТА-2 с базой 100 мм. Образец в испытательной машине центрировался при нагрузке 0,1–0,2 от разрушающей. Центрирование образцов выполнялось по деформациям, причем от условного нуля до нагрузки, равной 0,35–0,45 от разрушающей, отклонение деформаций по каждой грани не должно было превышать 15 % их среднего арифметического значения. Модуль упругости определялся при 30 % от разрушающей нагрузки. По результатам испытаний выявляли призмную прочность и начальный модуль упругости образцов. Общий вид образцов и схема установки электромеханических тензометров приведены на рис. 7.7.

По результатам испытаний были построены зависимости $\sigma - \epsilon$ (рис. 7.8) и получены значения модуля упругости, призмной и кубиковой прочности (табл. 7.2).

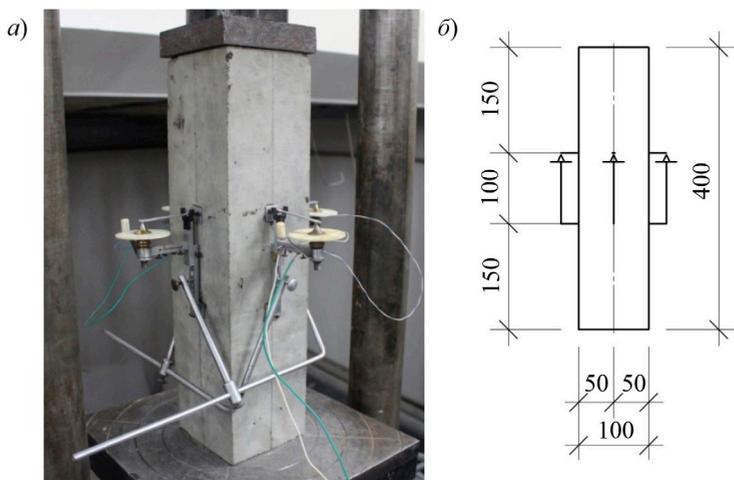


Рис. 7.7. Общий вид призм в испытательной машине (а) и схема установки электромеханических тензометров (б)

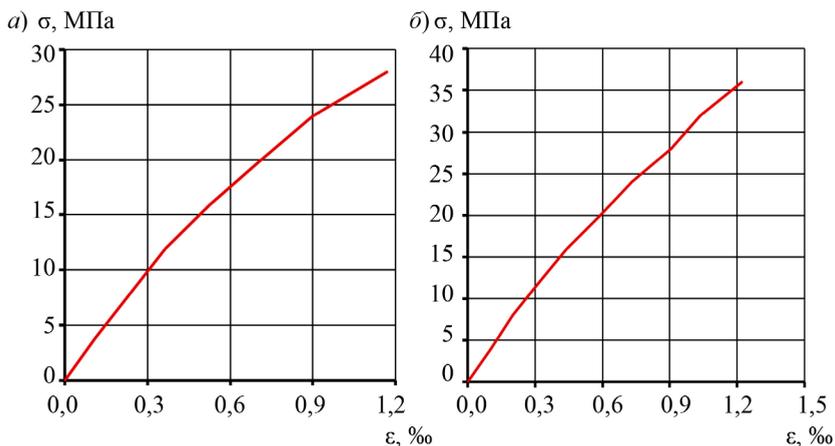


Рис. 7.8. Графики зависимости $\sigma - \epsilon$:
 а – для центрально растянутых образцов;
 б – для балок и образцов при исследовании сцепления

Разрушение опытных образцов представлено на рис. 7.9. Разрушение образцов происходило мгновенно с характерным хлопком, призмы раскалывались на несколько обломков, по вертикальным линиям, по мере приближения к опорным плитам линии становились наклонными.

Таблица 7.2

Результаты определения физико-механических характеристик бетона

Наименование образцов	Кубиковая прочность, МПа	Призменная прочность, МПа	Начальный модуль упругости E_b , ГПа
Образцы для исследования сцепления, балки для испытания на изгиб	59,4	43,3	37,1
Образцы для испытаний на центральное растяжение	55,9	40,2	34,1



Рис. 7.9. Разрушение бетонных призм

7.3. Исследование сцепления арматуры с бетоном

Целью данного исследования были изучение взаимодействия различных классов арматуры с бетоном и определение упругого параметра сцепления λ . Программа испытаний включала 12 образцов, разбитых на четыре серии и отличающихся классом и диаметром арматуры.

Для исследования сцепления арматуры с бетоном использовалась схема испытаний на центральное растяжение железобетонного элемента (рис. 7.10). Данная схема испытаний была выбрана потому, что наиболее близко моделирует работу арматуры и бетона на участке между двумя смежными трещинами и позволяет определять взаимные смещения арматуры и бетона одновременно с двух торцов образца.

Экспериментальные исследования проводились на испытательной системе напольного типа INSTRON 5989 с максимальным усилием 600 кН (рис. 7.11). Предварительно в программном комплексе системы INSTRON составлялся алгоритм для испытания всех образцов, в котором требовалось задать величину нагрузки, выдержку образца и скорость загрузки на каждой ступени. Загружение выполнялось ступенями по $0,1R_s A_s$ с выдержкой на каждой ступени по 3 минуты, скорость нагружения образцов составляла 1 мм/мин. Испытательная система во время выдержки контролировала абсолютные деформации образца, что позволяло снимать показания на каждой ступени один раз.

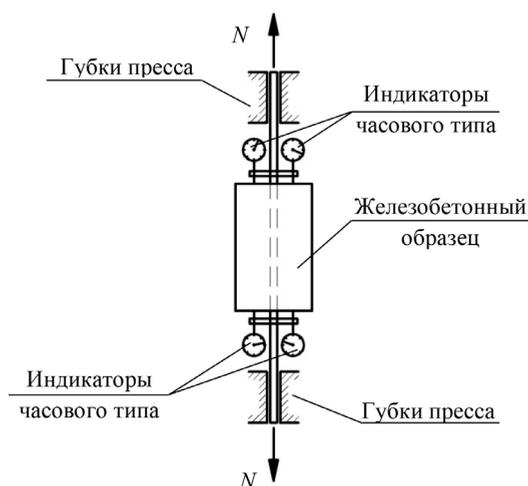


Рис. 7.10. Схема испытания железобетонного образца на осевое растяжение

Во время испытаний замерялись взаимные смещения между арматурой и бетоном на обоих торцах элемента с помощью восьми индикаторов часового типа с ценой деления 0,01 и 0,001 мм. Индикаторы устанавливались в специальную оснастку, которая прикреплялась к арматурному стержню и была изготовлена в мастерских СПбГАСУ.

7.3. Исследование сцепления арматуры с бетоном



Рис. 7.11. Общий вид образца в испытательной системе INSTRON 5989

Каждая серия включала три образца, фактические размеры которых приведены в табл. 7.3.

По результатам испытаний была построена кривая зависимости $\sigma_{s0} - \delta$ (рис. 7.12–7.13).

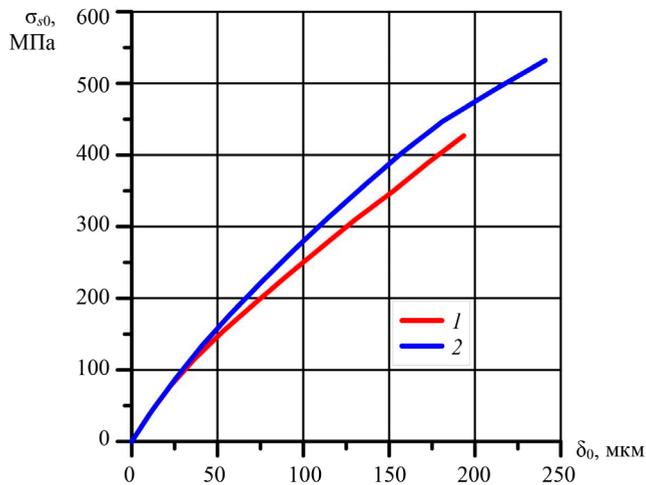


Рис. 7.12. График зависимости $\sigma_{s0} - \delta$ для арматуры класса А500С: 1 – Ø18; 2 – Ø14

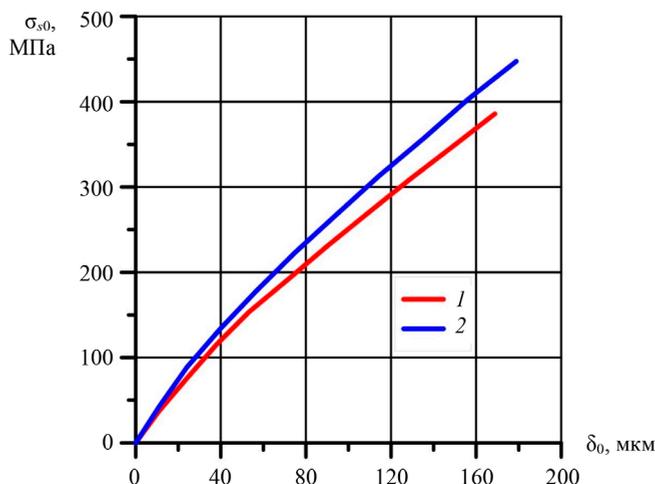


Рис. 7.13. График зависимости $\sigma_{s0} - \delta$ для арматуры класса А400С: 1 – Ø18; 2 – Ø14

Упругую характеристику сцепления λ получаем, преобразовав выражение для определения взаимных смещений на загруженном торце центрально растянутого элемента:

$$\frac{\lambda \delta}{\varepsilon_s} - th\lambda \frac{l}{2} = 0. \quad (7.1)$$

Выражение (7.1) представляет собой трансцендентное уравнение, решив которое, получаем значение параметра λ . Значение параметра сцепления для исследуемых образцов представлено в табл. 7.4.

Таблица 7.3

Серии образцов и их фактические размеры

Обозначение образца	Фактические геометрические размеры образцов, мм			Диаметр арматуры
	b	h	l	
1-400-14	150	154	255	14
2-400-14	153	152	251	14
3-400-14	151	153	253	14
1-500-14	152	151	254	14
2-500-14	152	153	252	14

Обозначение образца	Фактические геометрические размеры образцов, мм			Диаметр арматуры
	b	h	l	
3-500-14	154	152	254	14
1-400-18	154	151	254	18
2-400-18	151	155	252	18
3-400-18	152	153	253	18
1-500-18	152	151	252	18
2-500-18	153	151	251	18
3-500-18	151	153	251	18

Примечание: 1-я цифра в обозначении образца – порядковый номер образца, 2-я – класс арматуры, 3-я – диаметр арматуры.

Как видно из рис. 7.12–7.13 и табл. 7.4, сцепление арматуры Ø14 мм с бетоном выше, чем арматуры Ø18 мм.

Таблица 7.4

Значение параметра сцепления для исследуемых образцов

Класс арматуры	λ	
	Ø14	Ø18
A400C	0,150	0,135
A500C	0,148	0,140

Относительная площадь смятия используется в нормативном документе ГОСТ Р 52544–2006 [132] как одна из характеристик сцепления арматуры с бетоном. Для применяемой в исследовании арматуры относительная площадь смятия равнялась для Ø14 – $f_R = 0,103$; для Ø18 – $f_R = 0,095$ и была определена по методике [132]. Таким образом, лучшее сцепление арматуры Ø14 с бетоном по сравнению с Ø18 можно объяснить более эффективным профилем стержней.

При напряжениях в арматуре, превышающих предел текучести, в образцах возникали раскалывающие трещины у торцов бетонной призмы или происходил выкол конусов (рис. 7.14). Трещины или конусы возникали у обоих торцов элемента. После образования раскалывающих трещин испытания образцов прекращались.



Рис. 7.14. Разрушение опытных образцов

7.4. Исследование трещиностойкости центрально растянутых железобетонных элементов с нарушенным сцеплением арматуры с бетоном

Целью эксперимента являлось изучение процесса образования и развития системы трещин центрально растянутых железобетонных элементов и влияния различной длины участков с нарушенным сцеплением на этот процесс. Программа испытаний включала три серии образцов, имеющих различную длину участка с нарушенным сцеплением. Первые две серии со-

стояли из трех образцов с длиной участка с нарушенным сцеплением, равной 300 и 600 мм от общей длины элемента (рис. 7.15). Третья серия включала два образца с обеспеченным сцеплением по всей длине элементов. Всего было изготовлено восемь образцов.

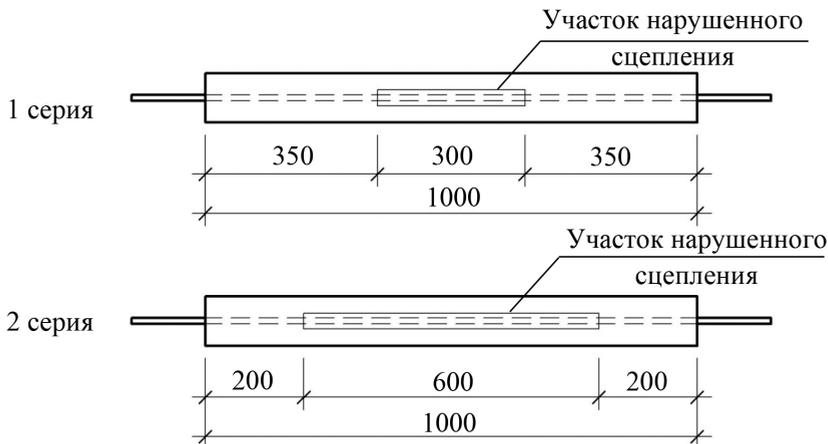


Рис. 7.15. Схема расположения участков с нарушенным сцеплением в образцах первой и второй серий

Исследования трещиностойкости проводились на испытательной системе напольного типа INSTRON 5982 с максимальным усилием 100 кН (рис. 7.16). Встроенный датчик испытательной системы отслеживал полные удлинения образца и выполнял построение графика зависимости «усилие – абсолютные деформации». Во время испытаний замерялись взаимные смещения между арматурой и бетоном на обоих торцах элемента с помощью четырех индикаторов часового типа с ценой деления 0,001 мм. Индикаторы крепились к арматурному стержню с помощью специальной оснастки.

На рис. 7.17–7.19 представлены графики зависимости $\sigma_{s0} - \Delta l$ для трех серий образцов с различной длиной участка с нарушенным сцеплением (графики получены с помощью испытательной системы INSTRON 5982). На графиках рис. 7.17–7.18 виден резкий скачок, возникающий в результате образования первой трещины у элементов с нарушенным сцеплением. Помимо резкого падения нагрузки, в элементе возникали значительные продольные деформации образца, вызванные удлинением арматуры на участке с нарушенным сцеплением после образования первой трещины.

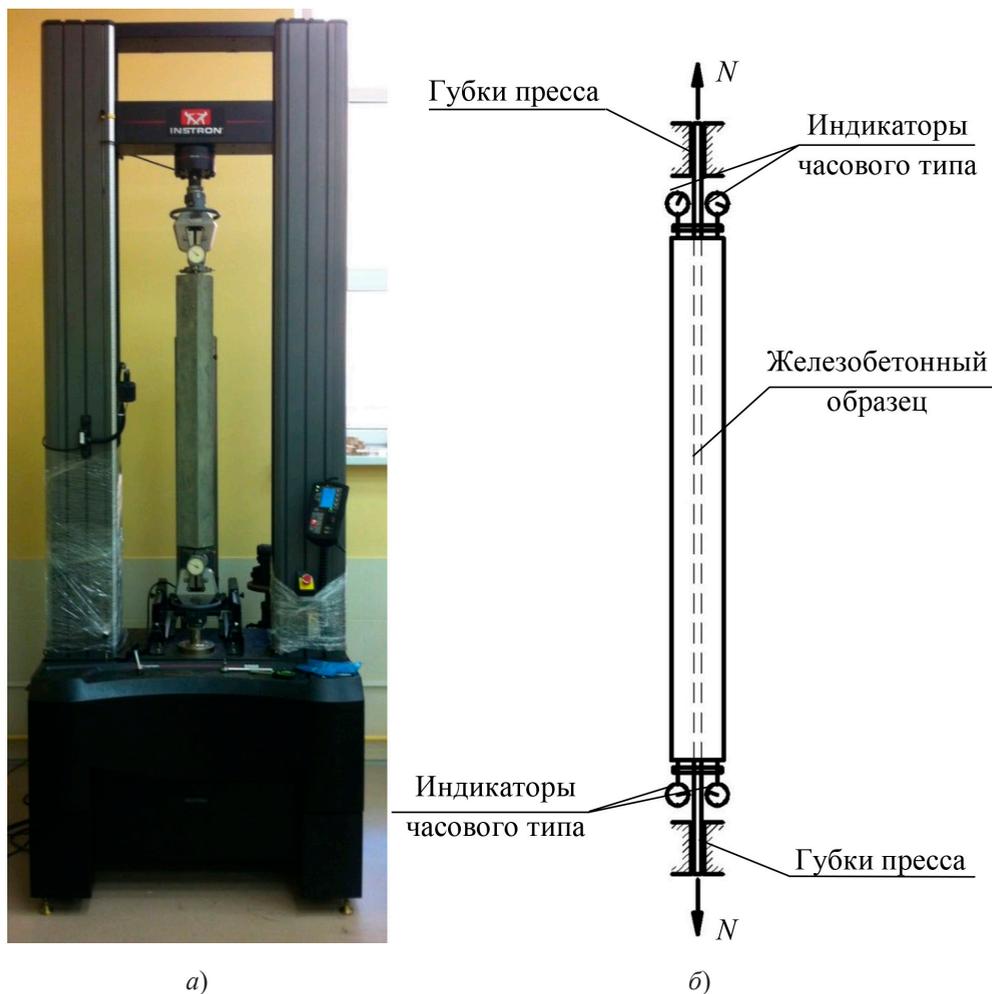


Рис. 7.16. Общий вид испытательной установки INSTRON 5982 с образцом (а) и схема испытания опытного железобетонного образца (б)

Усилие образования первой трещины $N_{cr,1}$ определялось по падению нагрузки на графиках $\sigma_{s0} - \Delta l$. Сравнение экспериментальных и теоретических значений усилия образования первой трещины приведено в табл. 7.5. Значение коэффициента χ на участках, покрытых пластилином, принималось равным нулю.

Расхождение опытных значений $N_{cr,1}$ от теоретических составило 4–14 % при среднем арифметическом расхождении 1,95 кН и среднеквадратичном

отклонении 7,69 %. Общий вид разрушения опытных образцов представлен на рис. 7.20.

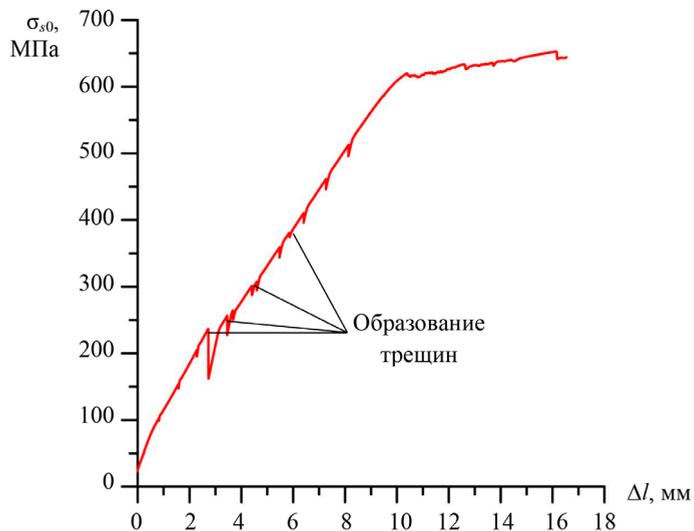


Рис. 7.17. График зависимости $\sigma_{s0} - \Delta l$ для центрально растянутых элементов с участком длиной 30 % от общей длины

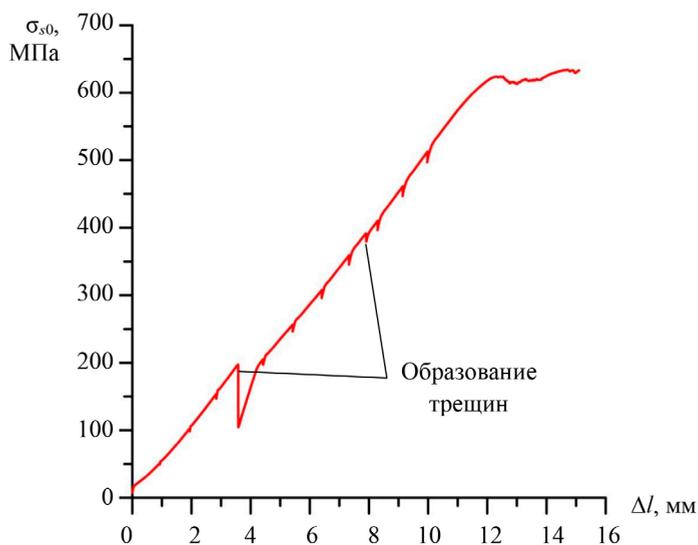


Рис. 7.18. График зависимости $\sigma_{s0} - \Delta l$ для центрально растянутых элементов с участком длиной 60 % от общей длины

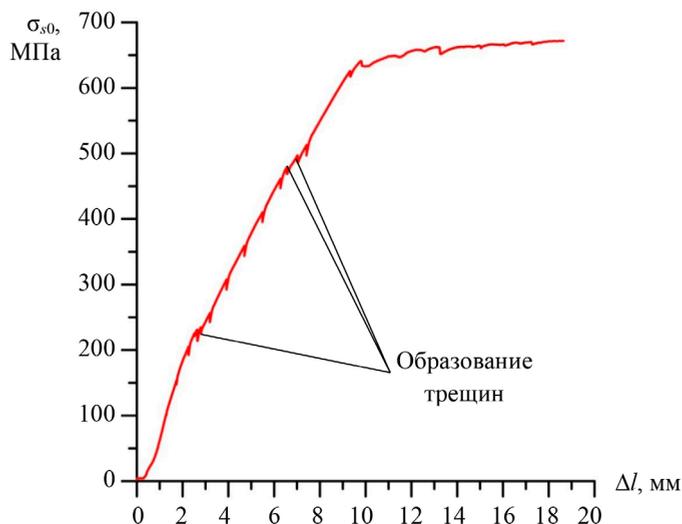


Рис. 7.19. График зависимости $\sigma_{s0} - \Delta l$ для центрально растянутых элементов с обеспеченным сцеплением по всей длине

Анализируя схему расположения трещин в опытных образцах (рис. 7.21), можно заметить уменьшение крайних блоков опытных образцов, что подтверждает влияние участков с нарушенным сцеплением на участки с обеспеченным сцеплением, указанное в подразделе 4.3 данной монографии.

Таблица 7.5

Сравнение экспериментальных и теоретических значений усилия образования первой трещины

Маркировка образца	$N_{cr,l}$, кН		
	Экспериментальное значение	По методике И. А. Рудного	По СП 63.13330.2018
1-0	26,13	27,38	27,77
2-0	25,92		
1-30	26,77	27,68	
2-30	26,68		
3-30	25,78		

Маркировка образца	$N_{ср,1}$, кН		
	Экспериментальное значение	По методике И. А. Рудного	По СП 63.13330.2018
1-60	28,43	30,02	27,77
2-60	26,86		
3-60	25,72		

Примечание. Первая цифра маркировки образца – порядковый номер образца, вторая – длина участка нарушенного сцепления, %.

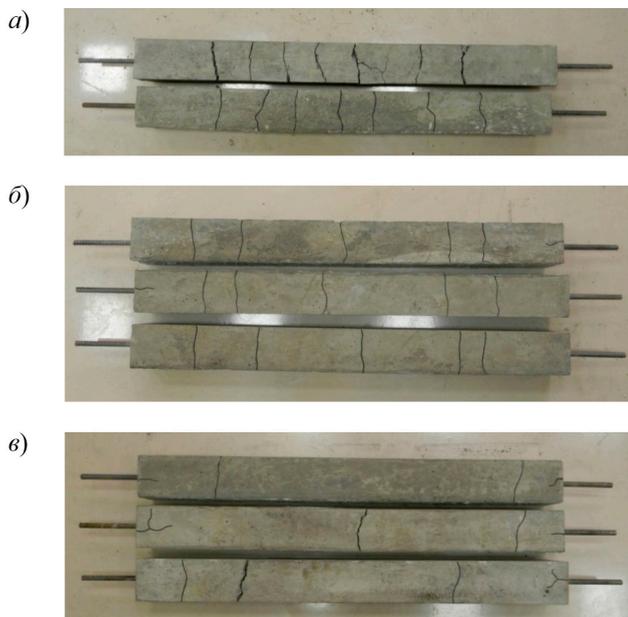


Рис. 7.20. Разрушение опытных образцов:
 а – образцы с обеспеченным сцеплением;
 б – образцы с участком с нарушенным сцеплением длиной 300 мм (30 %);
 в – образцы с участком с нарушенным сцеплением длиной 600 мм (60 %)

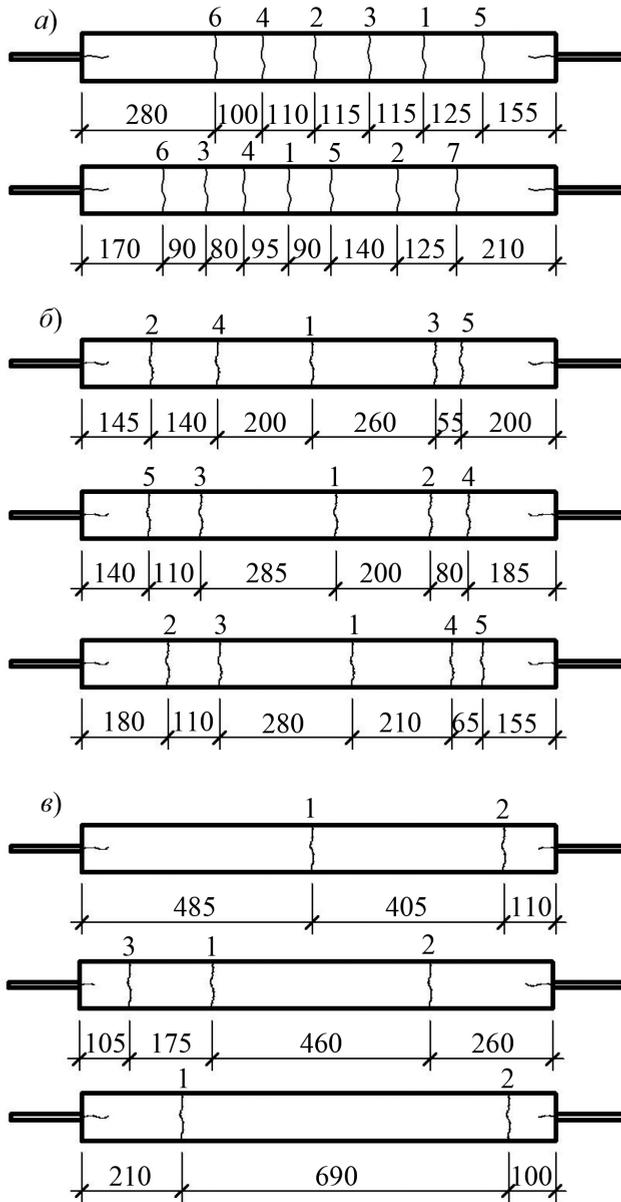


Рис. 7.21. Схема расположения трещин и последовательность их появления:
 а – образцы с обеспеченным сцеплением; б – образцы с участком с нарушенным сцеплением длиной 300 мм (30 %);
 в – образцы с участком с нарушенным сцеплением длиной 600 мм (60 %)

Ширину раскрытия трещин в опытных образцах измеряли с помощью микроскопа МПБ-2 с 24-кратным увеличением и ценой деления 0,05 мм на каждой ступени нагружения элемента. Сравнение теоретических и опытных данных ширины раскрытия трещин показано на графиках рис. 7.22. Для образцов с участками с нарушенным сцеплением приведено сравнение ширины раскрытия трещин, расположенных только в зоне с нарушенным сцеплением.

Для элементов с участком с нарушенным сцеплением длиной 300 мм (30 %) ширина раскрытия трещин увеличивалась по сравнению с эталонными образцами в 3,3 раза, а для образцов с участком с нарушенным сцеплением длиной 600 мм (60 %) – в 6,5 раза. Расхождение опытных значений a_{cre} с теоретическими составляет от 3 до 13 %. Среднеквадратичное отклонение опытных данных средней ширины раскрытия трещин от теоретической составляет 9,31 %.

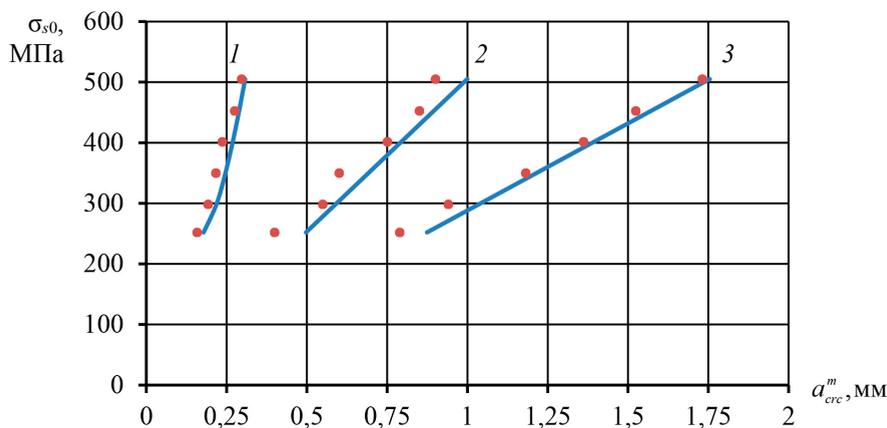


Рис. 7.22. Зависимость $\sigma_{s0} - a_{cre}^m$: 1 – образцы с обеспеченным сцеплением; 2 – образцы с участком с нарушенным сцеплением длиной 300 мм (30 %); 3 – образцы с участком с нарушенным сцеплением длиной 600 мм (60 %)

7.5. Исследование процесса образования и развития трещин в изгибаемых железобетонных элементах с нарушенным сцеплением арматуры с бетоном

Исследование проводилось для изучения процесса образования и развития трещин в элементах с нарушенным сцеплением в зоне действия постоянного момента. Трещиностойкость изучалась на восьми сериях образцов.

Варьируемыми параметрами в балках являлись процент армирования, расположение и длина участков нарушенного сцепления. Всего было испытано 22 образца (табл. 7.6).

Таблица 7.6

Серии опытных образцов для испытаний на изгиб

Обозначение серии образцов	Схема расположения участков нарушенного сцепления	Длина участка с нарушенным сцеплением, см	Процент армирования μ , %	Количество образцов в серии
1-14		0	1,17	2
1-18			1,93	2
2-14		240	1,17	3
2-18			1,93	3
3-14		80	1,17	3
3-18			1,93	3
4-14		160	1,17	3
4-18			1,93	3

Примечание. Первая цифра в обозначении образцов – порядковый номер серии, вторая – диаметр арматуры.

Испытание выполнялось с помощью домкрата ГД-50. К опытному образцу нагрузка прикладывалась ступенями по 0,1 от расчетного момента образования трещин, после образования трещин – по 0,1 от расчетной разрушающей нагрузки. Нагрузку определяли по установленному на домкрате динамометру ДОС-3-200И. Схема испытаний приведена на рис. 7.23. Общий вид железобетонного образца на установке для испытания на изгиб представлен на рис. 7.24.

Во время испытаний фиксировали: средние деформации растянутой арматуры, средние деформации в бетоне на различных уровнях по высоте балки, осадку опор и прогибы в трех сечениях образца, момент образования трещин, шаг трещин и ширину их раскрытия.

Продольные деформации в бетоне измерялись с помощью электромеханических тензометров Аистова. Тензометры устанавливались на метал-

лические площадки, закрепленные на теле балки. Деформации в растянутой арматуре измерялись под местом приложения сил и в центре балки с помощью электромеханических тензометров, установленных на специальных площадках и прикрепленных к арматурным стержням.

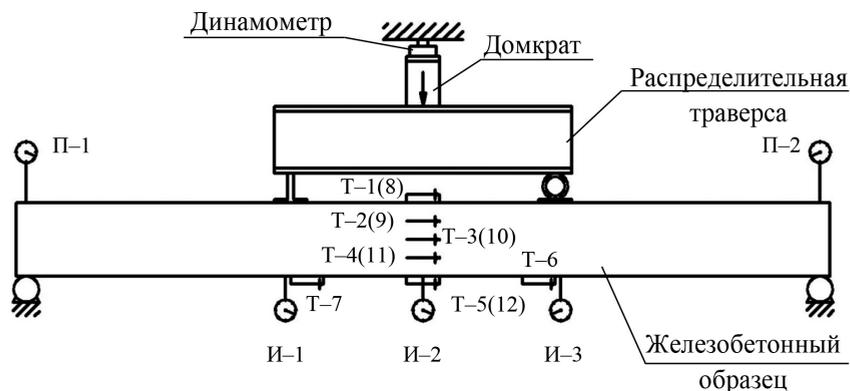


Рис. 7.23. Схема испытания железобетонных образцов на изгиб: И-1-3 – индикаторы часового типа; П-1-2 – прогибомеры типа ПАО-6; Т-1-12 – электромеханические тензометры ТА-2



Рис. 7.24. Общий вид железобетонного образца на установке для испытания на изгиб

Значение параметра χ определялось по формуле (4.5) с учетом того, что 10 % периметра арматуры имело сцепление с бетоном за счет прогиба элемента. Для элементов серий 1–14...4–14 значение параметра λ , вычисленное по формуле (4.3), равнялось 0,02; а для серий 1–18...4–18 – 0,014.

Во время испытаний фиксировалась полная картина трещинообразования. Сравнение теоретических и экспериментальных данных момента образования трещин приведено в табл. 7.7.

Таблица 7.7

Определение величины момента образования трещин

Шифр образца	Момент образования трещин M_{cr} , кН·м		
	экспериментальный	по методике И. А. Рудного	по СП 63.13330.2018
1-14-1	3,53	3,06	3,98
1-14-2	3,67		
2-14-1	3,29	2,92	
2-14-2	3,41		
2-14-3	3,38		
3-14-1	3,44	3,06	
3-14-2	3,27		
3-14-3	3,58		
4-14-1	3,15	2,92	
4-14-2	3,39		
4-14-3	3,43		

Шифр образца	Момент образования трещин M_{cre} , кН·м		
	экспериментальный	по методике И. А. Рудного	по СП 63.13330.2018
1-18-1	3,78	3,27	4,28
1-18-2	3,54		
2-18-1	3,36	3,08	
2-18-2	3,69		
2-18-3	3,42		
3-18-1	3,81	3,27	
3-18-2	3,33		
3-18-3	3,46		
4-18-1	3,37	3,08	
4-18-2	3,23		
4-18-3	3,61		

Примечание. Момент образования трещин по СП 63.13330.2018 определялся в упругопластической постановке.

Теоретические и экспериментальные данные имеют расхождение в пределах 2–15 %. Среднеарифметическое расхождение – 0,39 (кН·м) при среднеквадратичном отклонении 11,75 %.

Первые трещины образовывались во всех элементах в сечениях под силами. Дальнейшее развитие трещин происходило в зоне чистого изгиба

и приопорных участках балок. Схема расположения трещин представлена на рис. 7.25 и 7.26.

Прогибы и осадку опор фиксировали с помощью индикаторов часового типа и прогибомеров с ценой деления 0,01 мм. Прогибомеры крепились над осью опор для точной фиксации их осадки. Для фиксации прогибов индикаторы часового типа устанавливались на специальные кронштейны под местом приложения сил и по центру элемента. Ширину раскрытия трещин измеряли микроскопом МПБ-2 с ценой деления 0,05 мм.

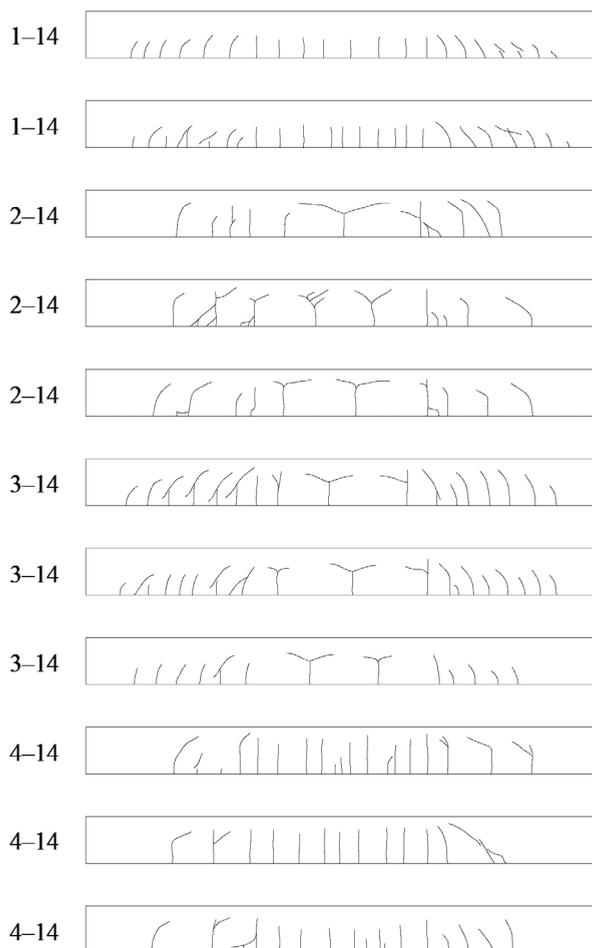


Рис. 7.25. Схема расположения трещин в образцах с процентом армирования $\mu = 1,17\%$

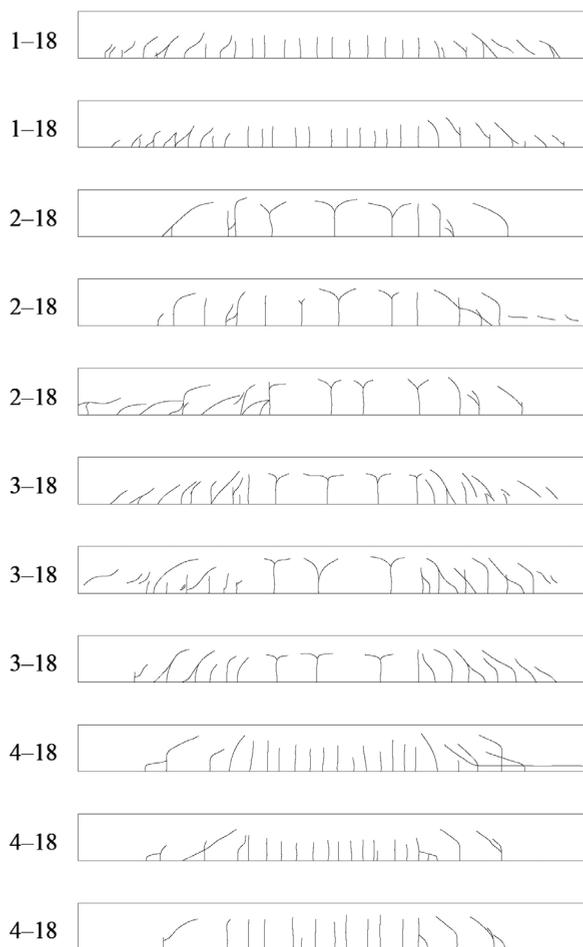


Рис. 7.26. Схема расположения трещин в образцах с процентом армирования $\mu = 1,93 \%$

В момент образования трещин у элементов с нарушенным сцеплением было отмечено значительное увеличение высоты трещин по сравнению с эталонными образцами. Первые трещины в балках с нарушенным сцеплением сразу при образовании имели максимальную высоту, а дальнейшее их развитие либо останавливалось, либо переходило в горизонтальную ветвь. Разветвление трещин в элементах с нарушенным сцеплением происходило при моменте $M = 0,44M_{\text{разр}}$ для балок с $\mu = 1,17 \%$ и $M = 0,26M_{\text{разр}}$ для балок с $\mu = 1,93 \%$.

В дополнение к описанным исследованиям выполнено сравнение с экспериментальными исследованиями А. А. Прокоповича по испытанию балок с нарушенным сцеплением арматуры с бетоном. Конструкция образцов представлена на рис. 7.27 [66]. Характеристики образцов и сравнение экспериментальных данных работы [66] приведены в табл. 7.8.

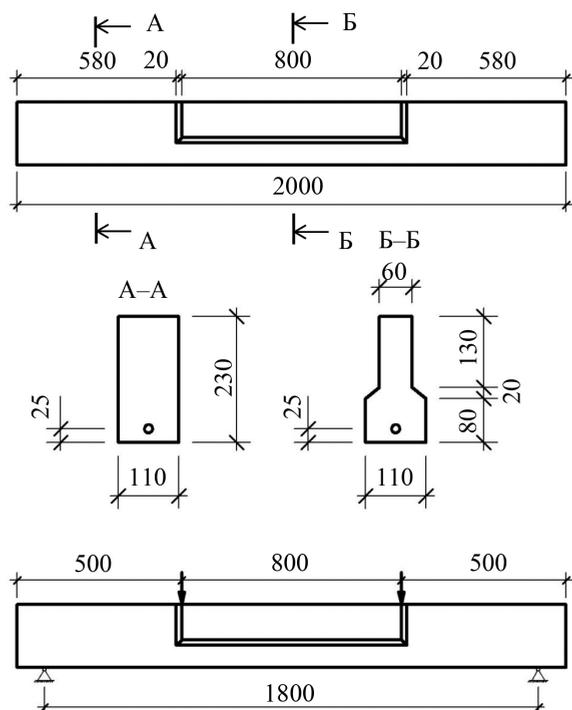


Рис. 7.27. Конструкция опытных образцов и схема загрузки

Теоретические данные по нашей методике и экспериментальные данные А. А. Прокоповича [66] имеют расхождение в пределах 5–16 %, среднеарифметическое расхождение 0,42 кН·м при среднеквадратичном отклонении 14,95 %.

Прогибы элементов в зоне чистого изгиба представлены на рис. 7.28 и 7.29. Как видно из графиков, у экспериментальных балок прогибы не зависят от длины участков нарушенного сцепления. В экспериментах Г. М. Спрыгина и Ю. Г. Решетаря [67] в опытных образцах без сцепления при нагрузке $M = 0,3M_{\text{разр}}$ максимальные деформации бетона над трещиной были больше, чем в эталонных, в 1,5–2,2 раза для балок с $\mu = 0,73$ % и в 1,25–1,5 раза для

балок с $\mu = 1,22$ %. В бетоне сжатой зоны возникали пластические деформации, которые приводили к резкому увеличению кривизны, а следовательно, и прогибов балок по сравнению с эталонными. В экспериментальных балках в нашем исследовании бетон сжатой зоны работал упруго вплоть до разрушения элемента. Поэтому прогибы балок с нарушенным сцеплением не отличаются от эталонных балок.

Таблица 7.8

**Сравнение результатов экспериментальных исследований
А. А. Прокоповича с методикой И. А. Рудного**

Се- рия	Марка образца	R_b , МПа	Периметр арматуры с нарушен- ным сцепле- нием	Зона нарушен- ного сцепления	Армиро- вание	μ , %	$M_{ср}$, кН·м	По мето- дике И. А. Руд- ного, кН·м			
4	БОС-Э	31,2	0	В зоне чистого изгиба	1Ø20 А-III	2,2	4,17	3,9			
	БОС-Э	31,2					5,02	4,22			
5	БНС-I	31,8	1/3				4,17	3,85			
	БНС-I	31,8					4,06	3,83			
6	БНС-II	31,8	1/2				4,17	3,68			
	БНС-II	32,8					4,06	3,58			
7	БНС-III	29,8	1,0				3,49	3,56			
	БНС-III	29,8					2,59	3,66			
9	ББД-I	31,9	0				По всему пролету	1Ø12 А-III	0,9	3,39	2,96
	БД-I	31,9	1,0							2,61	2,86
10	ББД-II	35,4	0	2Ø16 А-III	3,7	4,17				3,78	
	БД-II	35,4	1,0			3,39				3,17	
11	ББД-III	27,8	0	1Ø18 А-III	2,0	3,91				3,36	
	БД-III	27,8	0			2,35				2,66	

Для балок с $\mu = 1,17$ % среднеквадратичное отклонение теоретических данных от опытных составляет 11,44 %, для балок с $\mu = 1,93$ % – 9,71 %.

Ширина раскрытия трещин в опытных образцах и сравнение с теоретическими данными показаны на рис. 7.30 и 7.31. Ширина раскрытия трещин в элементах с нарушенным сцеплением и $\mu = 1,17\%$ увеличилась в 4,3 раза, а для элементов с $\mu = 1,93\%$ – в 3,1 раза по сравнению с эталонными образцами. Для балок серий 1-14 и 4-14 среднее квадратичное отклонение теоретических данных средней ширины раскрытия трещин от опытных – 8,86 %, а для балок серий 2-14 и 3-14 оно составляет 9,31 %. Балки серий 1-18 и 4-18 имели среднее квадратичное отклонение теоретических данных средней ширины раскрытия трещин от опытных 8,07 %, а балки серий 2-18 и 3-18 – 9,89 %.

Разрушение большинства балок происходило в результате исчерпания прочности сжатой зоны бетона. У двух балок серии 2-18 и одной серии 4-18 разрушение происходило в результате потери анкеровки арматуры на опоре. Потеря анкеровки отмечалась при напряжениях, близких к разрушению сжатой зоны бетона. Вдоль продольной арматуры, в местах размещения поперечной арматуры возникали сколы защитного слоя, которые развивались в единую горизонтальную трещину вдоль арматурного стержня (рис. 7.32 и 7.33).

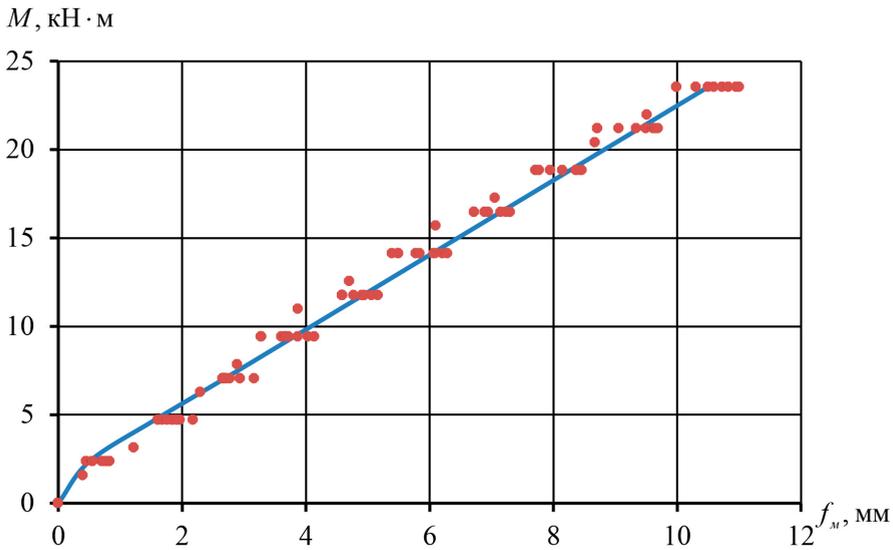


Рис. 7.28. График зависимости $M - f_m$ для элементов с процентом армирования $\mu = 1,17\%$

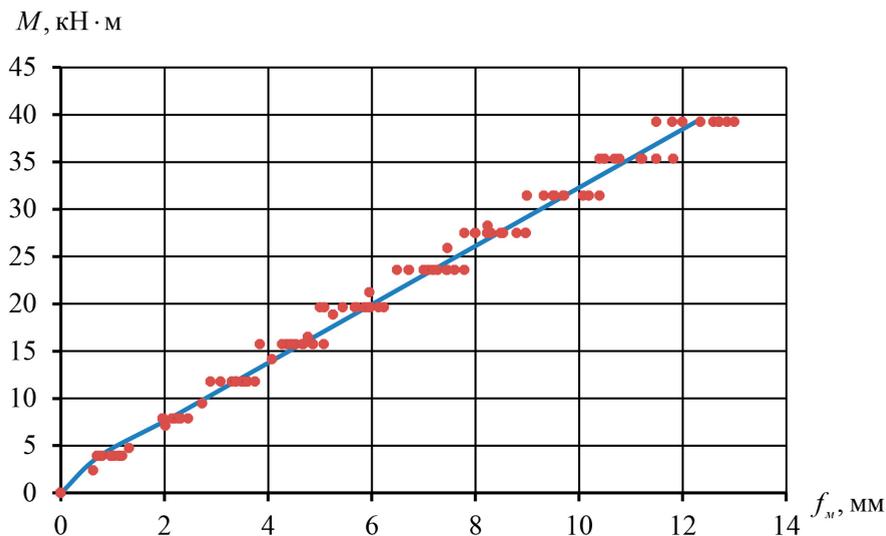


Рис. 7.29. График зависимости $M - f_m$ для элементов с процентом армирования $\mu = 1,93\%$

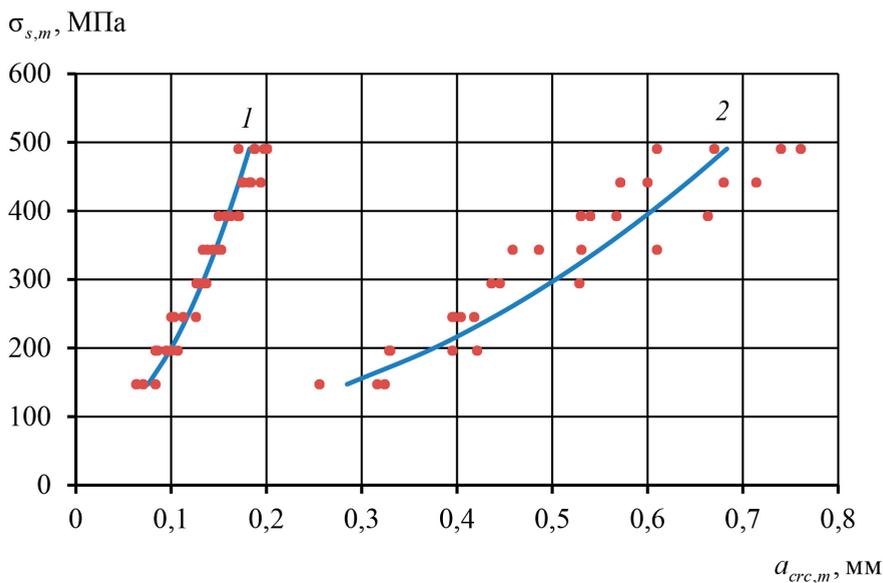


Рис. 7.30. График зависимости $\sigma_{s,m} - a_{crс,m}$ для элементов с процентом армирования $\mu = 1,17\%$:
 1 – образцы серий 1-14 и 4-14; 2 – образцы серий 2-14 и 3-14

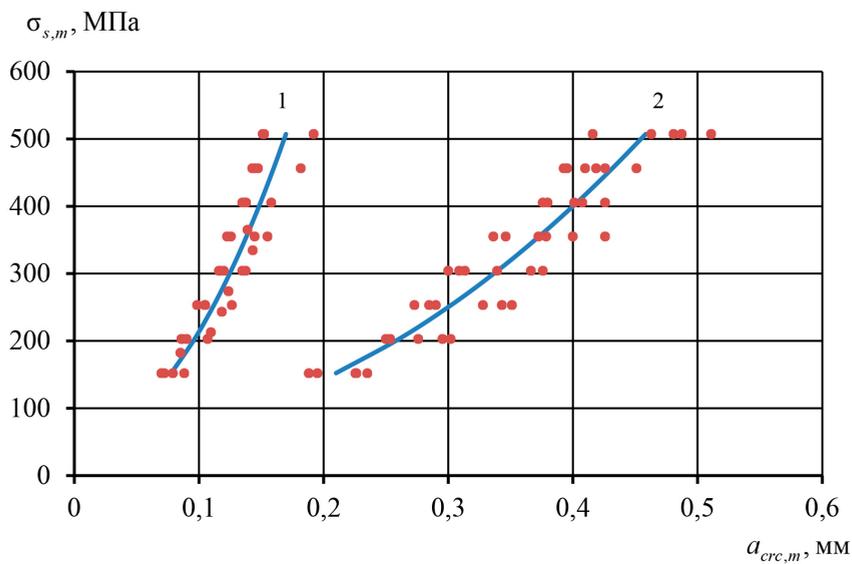


Рис. 7.31. График зависимости $\sigma_{s,m} - a_{crc,m}$ для элементов с процентом армирования $\mu = 1,93\%$: 1 – образцы серий 1-18 и 4-18; 2 – образцы серий 2-18 и 3-18

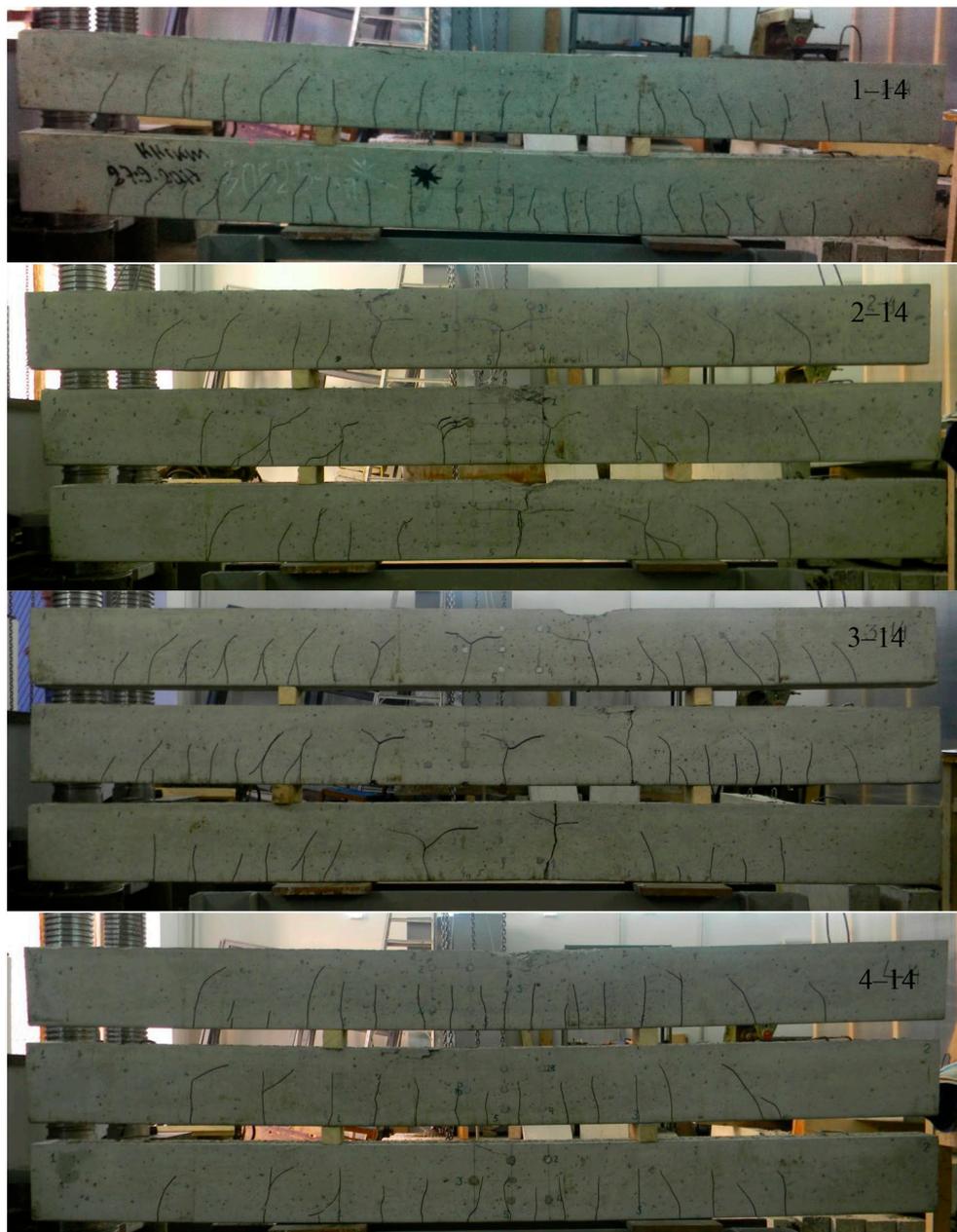


Рис. 7.32. Разрушение опытных образцов с процентом армирования $\mu = 1,17\%$

7. Экспериментальные исследования железобетонных элементов с нарушенным сцеплением

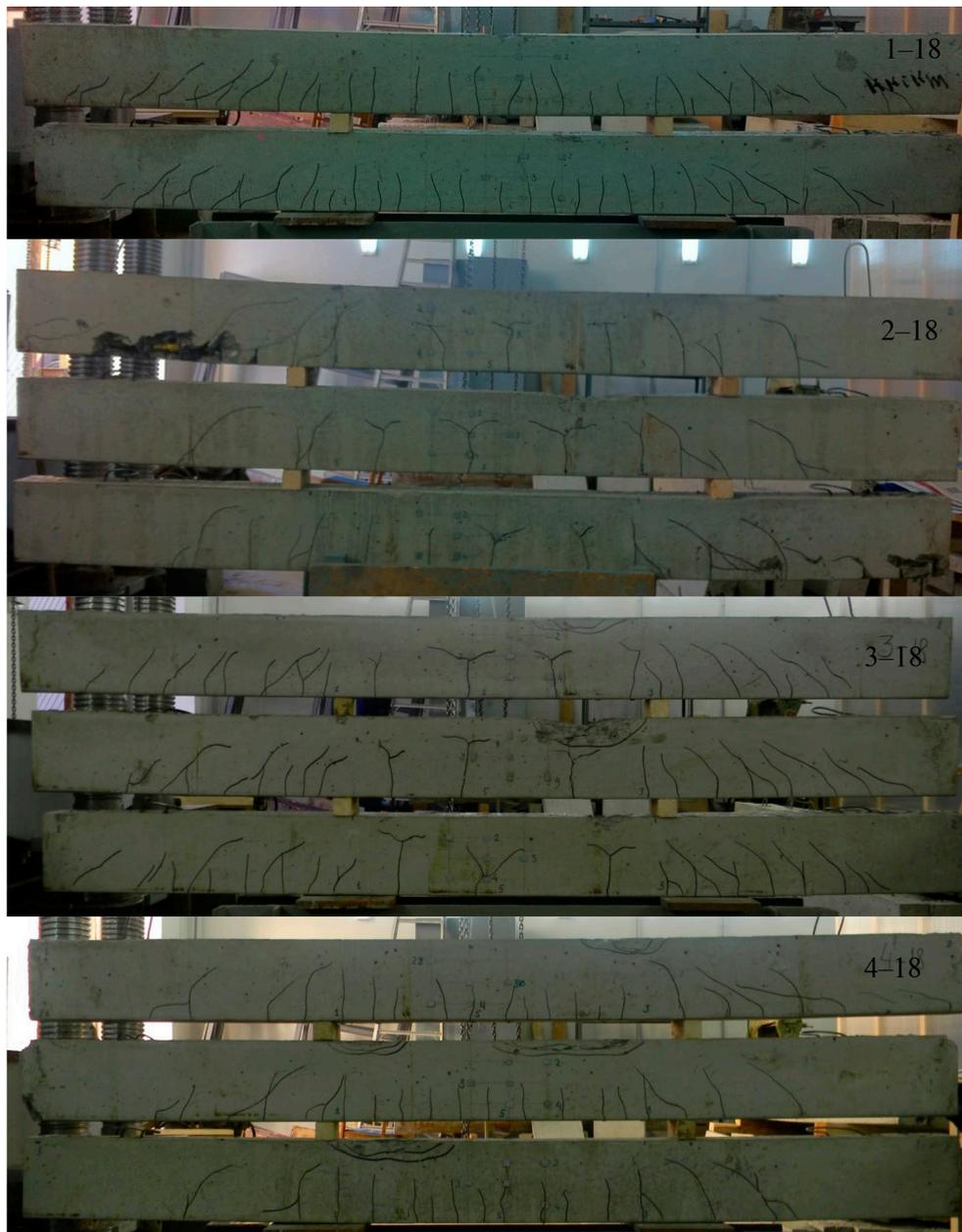


Рис. 7.33. Разрушение опытных образцов с процентом армирования $\mu = 1,93 \%$

Заключение

Принятая расчетная модель с учетом сцепления арматуры с бетоном и построенная на ее основе методика позволяют оценить влияние целого ряда факторов, которые не учитываются при традиционных методах расчета.

Влияние состояния зоны контакта арматуры с бетоном на усилия образования трещин в зависимости от схемы загрузки и граничных условий позволяет оценить приемлемость традиционного подхода. Показано, что при расчете элементов с участками нарушенного сцепления существенную роль играют граничные условия: отсутствие ($S' = 0$) или наличие ($S = 0$) смещения на опорах.

Влияние усадки наиболее существенно проявляется в начальный период загрузки. После образования трещин оно снижается, так как, с одной стороны, уменьшается доля усилий от усадки в общей величине усилия, с другой – уменьшается зона активного сцепления.

Стабилизация процесса трещинообразования связана с появлением неупругих деформаций в зоне контакта арматуры с бетоном. С ростом нагрузки зона активного сцепления уменьшается и новые трещины не образуются ($\psi_s \rightarrow 1$).

Анализ влияния различных зон активного сцепления на их напряженно-деформированное состояние показал, что наиболее важную роль в передаче усилия с арматуры на бетон (при отсутствии специальных анкеров) играют торцевые участки. Это прежде всего проявляется в элементах с нарушенным сцеплением в приопорной зоне. В таком случае рекомендуется дополнительная анкеровка.

Использование обобщенной диаграммы Прандтля для контактной зоны позволяет охватить основные этапы напряженно-деформированного состояния сцепления и получить достаточно простые выражения закона сцепления. Решение задачи перехода из одного состояния в другое происходит без разрыва функции.

Разработанная авторами монографии методика может быть использована для расчета любых армируемых конструкций с различной податливостью сцепления и вообще без сцепления (при наличии анкеровки), а также конструкций с участками с нарушенным сцеплением.

Библиографический список

1. *Syguła S.* Vergleich der untersuchten Formeln von Biegeformeln für Stahlbeton / S. Syguła // Beton und Stahlbeton. – 1981. – No 5. – P. 114–117.
2. *Трофимов А. В.* Исследование напряженного состояния железобетонных элементов с учетом усадки бетона / А. В. Трофимов ; Ленингр. инж.-строит. ин-т. – Л., Деп. во ВНИИИС Госстроя СССР, 1987, Вып. I. С. 8.
3. *Кольнер В. М.* Сцепление с бетоном и прочность заделки стержневой арматуры периодического профиля / В. М. Кольнер, Ш. А. Алиев, Б. С. Гольдфайн // Бетон и железобетон. – 1965. – № 11. – С. 25–27.
4. *Трапезников Л. П.* Двухпараметрическая модель разрушения бетона при растяжении с учетом структуры и ползучести материала. Описание модели / Л. П. Трапезников // Известия ВНИИ гидротехники им. Б. Е. Веденеева. – 1979. – Т. 128. – С. 93–103.
5. *Vceby A. W.* A study of cracking in reinforced concrete members subjected to pure tension / F. W. Vceby // Cement and Concrete Association. Technical report 42.468. – London, 1972. – 25 p.
6. Fissuration Reuniondu 11 // Comite Europeen du Beton Bulletin D'information. – 1966. – No 61.
7. Redles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en beton arme. – Paris : Editions Eyrolles, 1976.
8. *Астрова Т. И.* Об оценке прочности сцепления стержневой арматуры с бетоном / Т. И. Астрова // Трещиностойкость и деформативность обычных и предварительно напряженных железобетонных конструкций : сб. тр. НИИЖБ. – М. : Госстройиздат, 1965. – С. 223–270.
9. *Байков В. Н.* Значения коэффициентов ψ_a и ψ_b для определения напряженно-деформированного состояния и их природа / В. Н. Байков, А. А. Рахманов, О. К. Базоев // Совершенствование методов расчета и исследования новых типов железобетонных конструкций : сб. науч. тр. Ленингр. инж.-строит. ин-та. – Л., 1981. – С. 7–14.
10. *Веселов А. А.* Теория сцепления арматуры с бетоном и ее применение / А. А. Веселов. – СПб. : С.-Петербург. гос. архитектурно-строит. ун-т, 2000. – 168 с.
11. *Гараи Т.* Исследования анкеровки арматуры в бетоне / Т. Гараи // Исследования прочности элементов железобетонных конструкций : тр. НИИ бетона и железобетона. – 1959. – Вып. 5. – С. 78–109.
12. *Городецкий Л. М.* Исследования образования и развития трещин в элементах конструкций из плотного силикатного бетона : автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Киев, 1973. 23 с.
13. *Молодченко Г. А.* Ширина раскрытия трещин в железобетонных элементах при растяжении / Г. А. Молодченко // Строительные конструкции. – Киев : Будівельник, 1972. – Вып. XIX. – С. 80–84.

14. *Amstutz E. D.* Über die Zusammenwirken von Bewehrung und Beton im Stahlbetonbauwerken / E. D. Amstutz // Der Bauingenieur. – 1955. – No 10.
15. *Brice L. P.* Theorie de la fissuration des pieces flechies en beton arme / L. P. Brice // IABSE congress report. – 1952. – P. 791–814.
16. *Griffith A. A.* The phenomena of rupture and flow in solids / A. A. Griffith // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. – 1921. – Ser. A. – Vol. 221. – P. 163–198.
17. *Tadros K. M.* Prestressed loss and Deflection of Precast Concrete Members / K. M. Tadros, A. Ghaly, A. W. Meyer // Journal of the Prestressed Concrete Institute. – 1985. – Vol. 30. – No 1. – P. 114–141.
18. *Холмянский М. М.* Техническая теория сцепления арматуры с бетоном и ее применение / М. М. Холмянский // Бетон и железобетон. – 1968. – № 12. – С. 10–13.
19. *Холмянский М. М.* К использованию расширенной информации при расчете железобетонных элементов на чистый изгиб / М. М. Холмянский // Строительная механика и расчет сооружений. – 1978. – № 2. – С. 38–42.
20. *Холмянский М. М.* Контакт арматуры с бетоном / М. М. Холмянский. – М. : Стройиздат, 1981. – 184 с.
21. *Оатул А. А.* Предложения к построению теории сцепления арматуры с бетоном / А. А. Оатул // Бетон и железобетон. – 1968. – № 12. – С. 8–10.
22. *Букаченко А. И.* К вопросу об исследовании напряженного состояния железобетонных элементов с учетом сцепления арматуры с бетоном / А. И. Букаченко // Строительные конструкции : науч. тр. Харьков. ин-та инж. коммунального стр-ва. – 1962. – Вып. 1. – Сб. 9. – [134 с.].
23. *Гольдфайн Б. С.* Влияние профиля арматуры на деформативность анкеровки в обжатом бетоне / Б. С. Гольдфайн // Тр. ВНИИ железобетона. – М., 1969. – С. 17–22.
24. *Коган, Б. И.* Влияние геометрических размеров анкера и скважины в бетоне на напряженное состояние анкерного соединения на эпоксидном клее / Б. И. Коган, М. С. Золотов // Строительные конструкции. – Киев : Будівельник, 1970. – Вып. XVI. – С. 154–160.
25. *Goto Y.* Crack formed in concrete around deformed tension bars / Y. Goto // ACI Journal Proceedings. – 1971. – Vol. 68. – No 4. – P. 244–251.
26. *Фигаровский В. В.* Экспериментальные исследования жесткости и трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов : автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М. : МИСИ, 1962. – 20 с.
27. *Оатул А. А.* Основы теории сцепления арматуры с бетоном / А. А. Оатул // Исследования по бетону и железобетону : сб. науч. тр. Челябин. политех. ин-та. – Челябинск. – 1967. – № 46. – С. 6–26.
28. *Оатул А. А.* Сцепление арматуры с бетоном / А. А. Оатул, Ю. Ф. Кутин, В. В. Пасешник // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1977. – № 5. – С. 3–16.
29. *Clark A. P.* Cracking in Reinforced Concrete Flexural Members / A. P. Clark // ACI Journal Proceedings. – 1956. – Vol. 52. – No 8. – P. 851–862.

30. *Мурашев В. И.* Трещиностойчивость, жесткость и прочность железобетона / В. И. Мурашев. – М. : Машстройиздат, 1950. – 266 с.
31. *Яковленко Г. П.* Трещиностойкость армированных стержней из новых конструкционных материалов / Г. П. Яковленко. – Л. : ЛДНТП, 1980. – 25 с.
32. *Байков В. Н.* Расчет изгибаемых элементов с учетом экспериментальных зависимостей между напряжениями и деформациями для бетона и высокопрочной проволоки / В. Н. Байкова // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1981. – № 5. – С. 26–32.
33. *Бондаренко В. М.* Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона / В. М. Бондаренко. – Харьков : ХГУ, 1968. 322 с.
34. *Гвоздев А. А.* Состояние и задачи исследования сцепления арматуры с бетоном / А. А. Гвоздев // Бетон и железобетон. – 1968. – № 12. – С. 1–4.
35. *Попов Н. Н.* Вопросы расчета и конструирования специальных сооружений / Н. Н. Попов, Б. С. Расторгуев. – М. : Стройиздат, 1980. – 187 с.
36. *Карпенко Н. И.* Теория деформирования железобетона с трещинами / Н. И. Карпенко. – М. : Стройиздат, 1976. – 208 с.
37. Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71), – American Concrete Institute, 1972.
38. *Столяров Я. В.* Введение в теорию железобетона / Я. В. Столяров. – М. ; Л. : Государственное издательство строительной литературы Наркомстроя, 1941. – 447 с.
39. *Чуприн В. Д.* К расчету трещиностойкости железобетонных конструкций / В. Д. Чуприн // Прочность, жесткость и трещиностойкость железобетонных конструкций. – М., 1979. – 215–251.
40. *Васильев П. И.* Вопросы развития теории железобетона / П. И. Васильев // Бетон и железобетон. – 1980. – № 4. – С. 26–27.
41. *Пересыпкин Е. Н.* Напряженно-деформированное состояние железобетонных элементов с трещинами при учете физической нелинейности материалов / Е. Н. Пересыпкин // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1980. – № 2. – С. 9–13.
42. *Белов В. И.* К вопросу исследования напряженно-деформированного состояния железобетонных балок как систем, составленных из упругих блоков / В. И. Белов, П. И. Васильев, Е. Н. Пересыпкин // Труды координационных совещаний по гидротехнике. – 1973. – № 82. – С. 62–64.
43. *Баренблатт Г. И.* Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении / Г. И. Баренблатт // Прикладная математика и техническая физика. – 1961. – № 4. – С. 3–56.
44. *Панасюк В. В.* Предельное равновесие хрупких тел с трещинами / В. В. Панасюк. – Киев : Наукова думка, 1968. – 246 с.
45. *Зайцев Ю. В.* Развитие трещин в хрупком материале при кратковременном сжатии / Ю. В. Зайцев // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1974. – № 4. – С. 25–30.

46. *Пересыпкин Е. Н.* Об учете сцепления арматуры с бетоном при расчете железобетонных стержневых элементов / Е. Н. Пересыпкин // Прочность и надежность строительных конструкций. – Краснодар, 1977. – Вып. 24. – С. 42–46.

47. *Пересыпкин Е. Н.* Напряженное состояние бетонной балки под действием сил сцепления между арматурой и бетоном / Е. Н. Пересыпкин, П. А. Ляшенко // Прочность и надежность строительных конструкций. – Краснодар, 1976. – Вып. 82. – С. 9–15.

48. *Белов В. И.* Исследование напряженно-деформированного состояния железобетонных балок как систем, составленных из упругих блоков : дис ... канд. техн. наук. – Киров, 1973. – 163 с.

49. *Белов В. И.* Напряженно-деформированное состояние железобетонных балок как систем, составленных из упругих блоков / В. И. Белов // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1971. – № 4. – С. 22–27.

50. *Вайсфельд А. А.* Исследование напряженно-деформированного состояния нормальных сечений изгибаемых железобетонных элементов при частичном или полном отсутствии сцепления арматуры с бетоном : автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Л., 1982. – 21 с.

51. *Спрыгин Г. М.* Экспериментальные исследования железобетонных изгибаемых конструкций с арматурой, имеющей частичное или полное нарушенное сцепление с бетоном / Г. М. Спрыгин, А. А. Вайсфельд // Исследование облегченных железобетонных конструкций на пористых заполнителях Дальнего Востока : сб. науч. тр. Хабар. политех. ин-та. – Хабаровск, 1975. – С. 49–58.

52. *Спрыгин Г. М.* Исследование конструкций усиления строительных ферм на моделях / Г. М. Спрыгин, А. А. Вайсфельд // Облегченные конструкции из местных материалов : сб. науч. тр. Дальневост. политехн. ин-та. – Владивосток, 1975. – Т. 104. – С. 50–54.

53. Трещиностойкость, жесткость, прочность предварительно напряженных балок, не имеющих сцепления арматуры с бетоном / П. И. Васильев, В. Н. Деркач, Л. В. Образцов, О. А. Рочняк // Материалы X конгресса ФИП. – Нью-Дели, 1986. – 12 с.

54. *Васильев П. И.* Об условиях образования продольных трещин в изгибаемых железобетонных элементах / П. И. Васильев, Е. Н. Пересыпкин // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1983. – № 9. – С. 29–33.

55. *Васильев П. И.* К вопросу сопротивления поперечному изгибу предварительно напряженных балок без сцепления арматуры с бетоном / П. И. Васильев, О. А. Рочняк, Л. В. Образцов // Совершенствование методов расчета и исследования новых типов железобетонных конструкций. – Л., 1981. – С. 36–40.

56. *Васильев П. И.* Работа приопорных зон преднапряженных балок, не имеющих сцепления арматуры с бетоном / В. И. Васильев, О. А. Рочняк, Л. В. Образцов // Бетон и железобетон. – 1982. – № 8. – С. 24–25.

57. Основные особенности работы железобетонных балок при отсутствии сцепления продольной арматуры с бетоном / П. И. Васильев, О. А. Рочняк, Л. В. Образцов,

Н. Н. Яромич // Сопротивление предварительно-напряженных элементов железобетонных конструкций с арматурой без сцепления с бетоном. – Владивосток, 1982. – С. 9–12.

58. *Васильев П. И.* Влияние характера трещинообразования на сопротивление железобетонных элементов поперечной силе / П. И. Васильев, О. А. Рочняк, Н. Н. Яромич // Совершенствование методов расчета и исследование новых типов железобетонных конструкций : сб. науч. тр. – Л. : Ленингр. инж.-строит. ин-т, 1981. – С. 19–25.

59. *Дмитриев С. А.* Сопротивление скольжению в бетоне предварительно-напряженной холоднотянутой арматуры / С. А. Дмитриев // Исследование обычных и предварительно-напряженных конструкций. – М., 1949. – 407 с.

60. *Дмитриев С. А.* Расчет предварительно напряженных железобетонных конструкций / С. А. Дмитриев, Б. А. Калатуров. – М. : Стройиздат, 1965. – 508 с.

61. Долговечность железобетонных балок перекрытий промышленных зданий и сооружений предприятий Норильского горно-металлургического комбината / В. Ю. Сетков, И. С. Шибанова, Ю. А. Шумилкин, В. З. Захаров // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1984. – № 12. – С. 1–4.

62. *Кэскюла Т. И.* Коррозионное разрушение железобетонных конструкций животноводческих зданий / Т. И. Кэскюла, Я. А. Мильян, В. И. Новгородский // Бетон и железобетон. – 1980. – № 9. – С. 43–44.

63. *Леонгардт Ф.* Напряженно-армированный железобетон и его практическое применение / Ф. Леонгардт. М. : Гос. изд-во лит-ры по строительству и архитектуре, 1957. – 588 с.

64. *Леонгардт Ф.* Предварительно напряженный железобетон / Ф. Леонгардт. – М. : Стройиздат, 1983. – 244 с.

65. *Пересыпкин Е. Н.* Коэффициенты интенсивности напряжений и раскрытие трещин в железобетонных элементах / Е. Н. Пересыпкин // Бетон и железобетон. – 1978. – № 12. – С. 27–29.

66. *Прокопович, А. А.* Сопротивление изгибу железобетонных конструкций с различными условиями сцепления продольной арматуры с бетоном / А. А. Прокопович. – Самара : НВФ «Сенсоры. Модули. Системы», 2000. – 296 с.

67. *Спрыгин Г. М.* Деформативность изгибаемых элементов при частичном отсутствии сцепления арматуры с бетоном / Г. М. Спрыгин, Ю. Г. Решетарь // Бетон и железобетон. – 1983. – № 4. – С. 12–14.

68. Изменение прочности и деформативности железобетонных балок и плит при разрушении бетона в растянутой зоне сечения / В. Ю. Сетков, И. С. Шибанова, Ю. А. Шумилкин, О. П. Рысева // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1987. – № 8. – С. 6–10.

69. *Спрыгин Г. М.* Исследование предварительно напряженных конструкций при частичном и полном отсутствии сцепления арматуры с бетоном / Г. М. Спрыгин // Материалы VII конгресса ФИП. – Л. ; М., 1978. – С. 5–14.

70. *Васильев Н. М.* Влияние нефтепродуктов на сцепление бетона с арматурой / Н. М. Васильев // Бетон и железобетон. – 1981. – № 10. – С. 27–28.
71. *Васильев Н. М.* Влияние минеральных масел на сцепление арматуры с бетоном / Н. М. Васильев, В. М. Медведев, Л. И. Кошелева // Бетон и железобетон. – 1969. – № 11. – С. 19–20.
72. *Васильев Н. М.* Влияние нефтепродуктов на прочность бетона / Н. М. Васильев // Бетон и железобетон. – 1981. – № 3. – С. 36–37.
73. *Виноградов О. Г.* Влияние коррозии арматуры на ее сцепление с бетоном / О. Г. Виноградов // Повышение эффективности и качества сельскохозяйственного строительства. – Саратов, 1982. – С. 96–97.
74. *Горчаков Г. И.* Совместное влияние нагрузки и отрицательной температуры на деформативность изгибаемых элементов / Г. И. Горчаков, Е. А. Гузев, Л. А. Сейланов // Бетон и железобетон. – 1980. – № 9. – С. 7–9.
75. *Елисеев В. И.* Экспериментальное исследование прочности и жесткости железобетонных изгибаемых элементов, пропитанных отработанным минеральным смазочным маслом : дис. ... канд. техн. наук. – Л., 1967. – 204 с.
76. *Елисеев В. И.* О методике оценки прочности бетона в железобетонных конструкциях, пропитанных минеральным смазочным маслом / В. И. Елисеев, Н. М. Васильев // Совершенствование методов расчета и исследование новых типов железобетонных конструкций : сб. науч. тр. – Л. : Ленингр. инж.-строит. ин-т, 1981. – С. 71–77.
77. *Ерофеев В. С.* Исследование анкеровки арматуры в обычном и предварительно напряженном железобетоне при замораживании и оттаивании : дис. ... канд. техн. наук. – М., 1981. – 207 с.
78. *Заславский И. Н.* Сцепление арматуры с бетоном в условиях длительного постоянного и циклического нагрева И. Н. Заславский, Г. С. Жук // Сцепление арматуры с бетоном. – М. : НИИЖБ, 1971. – С. 166–172.
79. *Лихачев В. Д.* Опыт эксплуатации железобетонных конструкций зданий угольной промышленности / В. Д. Лихачев, Я. Я. Хомутченко // Бетон и железобетон. – 1978. – № 8. – С. 13–14.
80. *Мильян Я. А.* Исследование эксплуатационной стойкости железобетонных конструкций в животноводческих зданиях : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01. – Таллин, 1983. – 22 с.
81. *Москвин В. М.* Маслостойкие пол / В. М. Москвин, К. Д. Некрасов // Строительная промышленность. – 1941. – № 4. – С. 20–21.
82. *Никитин С. Е.* Прочность и жесткость изгибаемых железобетонных элементов с трещинами при коррозионных повреждениях : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01. – СПб., 2012. – 21 с.
83. *Панюков Э. Ф.* Сцепление рабочей арматуры с бетоном при пожаре / Э. Ф. Панюков, Ю. П. Линченко // Пути повышения огнестойкости материалов и конструкций : мат-лы семинара. – М. : МДНТП, 1982. – С. 108–112.

84. *Попеско А. И.* Расчет усиленных под нагрузкой железобетонных стержней с коррозионными повреждениями / А. И. Попеско, О. И. Анцыгин, А. А. Дайлов // Бетон и железобетон. – 2006. – № 4. – С. 22–24.

85. *Невский В. А.* Изучение сцепления бетона со стержневой арматурой при циклическом замораживании / В. А. Невский, А. Н. Юдин // Сцепление арматуры с бетоном. – М., 1971. – С. 156–161.

86. *Крылов С. М.* Перераспределение усилий в статически неопределимых железобетонных конструкциях / С. М. Крылов. – М. : Стройиздат, 1964. – 163 с.

87. *Thomas F. G.* Cracking in reinforced concrete / F. G. Thomas // The Structural Engineer. – 1936. – Vol. XIV. – № 2. – P. 36–39.

88. *Берг О. Я.* Исследования процесса трещинообразования в железобетонных элементах с арматурой периодического профиля : сообщение 44 / О. Я. Берг // Тр. ЦЕИИС. – Москва : Гос. трансп. ж.-д. изд-во, 1954. – 24 с.

89. *Берг О. Я.* О предельном состоянии по трещинам в железобетонных мостовых конструкциях / О. Я. Берг // Вопросы проектирования и строительства железнодорожных мостов : сб. тр. ЦНИС. – М., 1951. – Вып. 3. – С. 22–30.

90. *Штаерман М. Я.* Влияние бетона в растянутой зоне / М. Я. Штаерман // Бюллетень строительной техники. – 1947. – № 22.

91. *Кузнецов А. Н.* Раскрытие трещин в центрально-растянутых железобетонных элементах / А. Н. Кузнецов // Строительная промышленность. – 1940. – № 7. – С. 42–48.

92. *Бабаян А. А.* Исследование напряженно-деформированного состояния изгибаемых железобетонных элементов с учетом сцепления между арматурой и бетоном : автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Л., 1952. – 21 с.

93. *Скотынский В. Н.* Исследование образования и развития трещин в элементах железобетонных конструкций / В. Н. Скотынский, Л. М. Городецкий // Республ. межведомственный научно-техн. сб. – [Киев?], 1972. – Вып. 19.

94. *Холмянский М. М.* Трещинообразование в центрально армированных призматических элементах при осевом растяжении / М. М. Холмянский // Сб. трудов ВНИИ железобетона. – М. : Госстройиздат, 1961. – Вып. 5. – С. 15–24.

95. *Шоршнев Г. Н., Берестнев В. Н.* К вопросу о расчете дисперсно армированного железобетона с высоким содержанием арматуры на раскрытие трещин при растяжении / Г. Н. Шоршнев, В. Н. Берестнев // Совершенствование методов расчета и исследование новых типов железобетонных конструкций : сб. науч. тр. – Л. : Ленингр. инж.-строит. ин-т, 1973. – № 1. – С. 51–56.

96. *Hognestad E.* High strength bars as concrete reinforcement. Part 2: Control of flexural cracking / E. Hognestad // Journal of the PCA Research and Development Laboratories. – 1962. – Vol. 4. – No 1. – P. 46–63.

97. *Vjuggren U. E. E.* Discussion of bond and anchorage by T. D. Mylrea / U. E. T. Vjuggren // ACI Journal Proceedings. – 1948. – Vol. 44.

98. *Broms B. B.* Crack width and crack spacing in reinforced concrete members / B. D. Broms // *ACI Journal Proceedings*. – 1965. – Vol. 62. – No 10. – P. 1237–1256.
99. *Kuuskoski V.* Über die Haftung zwischen Beton und Stahl: experimentelle Untersuchung über den Einfluss der äußeren Belastung auf den Betrag der Spannungen in einbetonierten Stahleinlagen sowie auf die Ausbildung der Haftspannungen an der Berührungsfläche von Beton und Stahleinlage / V. Kuuskoski // *Valtion Teknillinen Tutkimuslaitos. Julkaisu – Publikation*. – Helsinki : VTT Technical Research Centre of Finland, 1950. – № 19. – P. 203.
100. *Немировский Я. М.* Исследование напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов с учетом растянутого бетона над трещинами и пересмотр на этой основе теории расчета деформаций и раскрытия трещин / Я. Н. Немировский // *Прочность и жесткость железобетонных конструкций*. – М. : Стройиздат, 1968. – С. 125–173.
101. СНИП II-B.1–62*. Бетонные и железобетонные конструкции. – М. : Изд-во литературы по строительству, 1970. – 112 с.
102. СНИП 2.03.01–84*. Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 77 с.
103. СНИП 52-01–2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. – М. : ГУП «НИИЖБ», ФГУП «ЦПП», 2004. – 23 с.
104. СП 63.13330.2018. Актуализированная редакция СНИП 52-01–2003. Бетонные и железобетонные конструкции (с изм. № 1, 2). Основные положения. – [М., 2018].
105. *Перельмутер М. А.* Расчет ширины раскрытия нормальных трещин по СП 63.13330.2012 / М. А. Перельмутер, К. В. Попок, Л. Н. Скорук // *Бетон и железобетон*. – 2014. – № 1. – С. 21–22.
106. *Колмогоров А. Г.* Расчет железобетонных конструкций по российским и зарубежным нормам / А. Г. Колмогоров, В. С. Плевков. – М. : АСВ, 2011. – 496 с.
107. Руководство для проектировщиков к Еврокоду 2: Проектирование железобетонных конструкций : руководство для проектировщиков к EN 1992-1-1 и EN 1992-1-2. Еврокод 2: Проектирование железобетонных конструкций. Общие правила и правила для зданий. Противопожарное проектирование строительных конструкций / Э. В. Биби, Р. С. Нараянан ; ред. серии Х. Гульванесян ; науч. ред. пер. В. О. Алмазов, А. И. Плотников. – М. : МГСУ, 2012. – 292 с.
108. ACI (American Concrete Institute) Committee 318. 2011. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11) and Commentary (ACI 318R-11)/ Farmington Hills, MI: ACI.
109. *Акуленко М. М.* Экспериментальное определение коэффициентов ψ_a и ψ_b при изгибе в условиях несвободных деформаций / М. М. Акуленко // *Строительные конструкции*. – 1972. – Вып. 19. – С. 3–8.
110. *Карпенко Н. И.* Трещиностойкость и жесткость железобетонных плит при совместном действии моментов и мембранных сил / Н. И. Карпенко, В. С. Кукнаев //

Предельные состояния элементов железобетонных конструкций. – М. : Стройиздат, 1976. – С. 169–180.

111. *Мальцов К. А.* Вопросы трещинообразования бетонных армированных конструкций / К. А. Мальцов // Изв. ВНИИ гидротехники им. Б. Е. Веденеева. – 1953. – Т. 49. – С. 196–222.

112. *Ржаницын А. Р.* Расчет составных стержней строительных конструкций / А. Р. Ржаницын. – М. : Стройиздат, 1948. – 192 с.

113. *Трофимов А. В.* Оценка момента трещинообразования в балках без сцепления арматуры с бетоном / А. В. Трофимов // Совершенствование методов расчета и исследования новых типов железобетонных конструкций. – СПб., 2003. – С. 135–139.

114. *Тимошенко С. П.* Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М. : Наука, 1979. – 397 с.

115. *Bachtold J.* Ursachen und Bedeutung der Biss Bildung an Eisenbeton Tragwerken / J. Bachtold // Schwenerische Bauseitung. – 1939. – No 20.

116. *Спрыгин Г. М.* Заключительный отчет по НИР Дальневосточного Промстройпроекта / Г. М. Спрыгин. – Владивосток, 1979. – 136 с. – (номер гос. регистрации 78042541).

117. *Lanjua M. A.* Magnitude and Distribution of Concrete Cracks in Reinforced Concrete Flexural Members / M. A. Lanjua, G. B. Welch // UNICIV Report № 78. – School of Civil Engineering, University of New South Wales Kensington, N.S.W., 1972. – 18 p.

118. *Алексейченко А. В.* Исследование процесса развития трещин в растянутой зоне железобетонных мостовых балок при их работе на изгиб с поперечной силой / А. В. Алексейченко // Тр. ЦИИС. – 1956. – Вып. 19. – С. 8–10.

119. *Ганага П. Н.* Исследование особенностей развития деформаций, раскрытия трещин в железобетонных балках на известковых-ракушечниках при низких и средних процентах армирования : автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Ростов-на-Дону, 1974. – 21 с.

120. *Гуца Ю. П.* Ширина раскрытия нормальных трещин в элементах железобетонных конструкций / Ю. П. Гуца // Предельные состояния железобетонных конструкций. – М. : Стройиздат, 1976. – С. 30–44.

121. *Мальцев Т. А.* Определение ширины раскрытия трещин в изгибаемых железобетонных элементах из карбонатных бетонов / Т. А. Мальцев, А. А. Волков // Совершенствование методов расчета и проектирования железобетонных конструкций : сб. науч. тр. Ростовского инж.-строит. ин-та. – Ростов, 1978. – С. 8–10.

122. *Мамедов Т. И.* Ширина раскрытия трещин в железобетонных элементах из высокопрочных бетонов / Т. И. Мамедов // Общие вопросы строительства. Отечественный опыт. – 1974. – № 12. – С. 11–13.

123. *Федоренко М. М.* Утворення тріщин роботу розягеного бетону між тріщинами в елементах залізобетонних конструкцій / М. М. Федоренко // Будівельні матеріали і конструкції. – 1968. – № 4. – С. 39–46.

124. *Немировский Я. М.* Влияние работы растянутой и сжатой зон бетона на деформации обычных изгибаемых элементов после возникновения в них трещин / Я. М. Немировский, О. И. Кочетков // Особенности деформаций бетона и железобетона и использование ЭВМ для оценки их влияния на поведение конструкций. – М. : Стройиздат, 1969. – С. 106–156.

125. *Abrams D. A.* Studies of bond concrete and steel / D. A. Abrams // Proc. ASTM. – 1925. – Vol. 25. – 2 p.

126. *Астрова Т. И.* Анкеровка стержневой арматуры периодического профиля в обычном и предварительно напряженном железобетоне / Т. И. Астрова, С. А. Дмитриев, Н. М. Мулин // Расчет железобетонных конструкций. – М., 1961. – С. 74–126.

127. *Leonhardt F.* Vorlesungen über Massivbau / F. Leonhardt // Vierter Teil Nachweis der Gebauchsfähigkeit Rissebeschränkung, Formänderungen, Momentenumlagerung und Bruchlinientheorie im Stahlbetonbau. – Springer, Berlin ; Heidelberg, 1978. – 194 p.

128. *Namy E. G.* Crack Width Control in Two-Way Concrete Slabs Reinforced with Welded Wire Fabric. Part II. Uniformly Loaded / E. G. Namy, G. S. Orenstein // Engineering Research Bulletin № 47. – Rutgers University, 1969. – P. 9–14.

129. *Watstein D.* Width and spacing of tensile cracks in axially reinforced concrete cylinders / D. Watstein, D. E. Parsons // Journal of Research National Bureau of Standards. – 1943. – Vol. 31. – P. 1–24.

130. ГОСТ 24452–80. Бетоны. Методы определения призмочной прочности, модуля упругости и коэффициента Пуассона. – М. : Стандартинформ, 2005. – 14 с.

131. ГОСТ 10180–90. Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам. – М. : Стандартинформ, 2006. – 31 с.

132. ГОСТ Р 52544–2006. Прокат арматурный свариваемый периодического профиля классов А500С и В500С для армирования железобетонных конструкций. Технические условия. – М. : Стандартинформ, 2006. – 23 с.

Оглавление

Введение	3
1. Современное состояние вопроса о расчете образования и раскрытия нормальных трещин в железобетонных элементах.....	6
1.1. Существующие подходы к оценке сцепления арматуры с бетоном.....	6
1.2. Модели напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов.....	12
1.3. Особенности работы железобетонных элементов с нарушенным сцеплением арматуры с бетоном	16
1.4. Методы расчета ширины раскрытия нормальных трещин.....	26
2. Теоретические исследования закономерностей взаимодействия арматуры с бетоном	34
2.1. Расчетная модель. Исходные предпосылки и уравнения	34
2.2. Работа контактного слоя в упругой стадии	36
2.3. Работа контактного слоя в упругопластической стадии	42
3. Расчет образования и развития трещин в растянутых железобетонных элементах	53
3.1. Определение расстояния между трещинами	54
3.2. Оценка работы растянутого бетона между трещинами	64
3.3. Учет начального напряженного состояния, вызванного усадкой бетона.....	66
3.4. Анкеровка арматуры в бетоне	68
3.5. Анкеровка напрягаемой арматуры (длина зоны передачи напряжений).....	71
4. Расчет трещиностойкости растянутых железобетонных элементов с участками с нарушенным сцеплением.....	76
4.1. Определение параметра λ для участков с нарушенным сцеплением арматуры с бетоном	76
4.2. Работа контактного слоя в упругой стадии	78
4.3. Работа контактного слоя в упругопластической стадии	91
4.4. Определение усилия образования и шага трещин.....	98
4.5. Ширина раскрытия трещин в растянутых элементах	102

5. Расчет образования и развития трещин в нормальных сечениях железобетонных элементов с учетом податливости сцепления арматуры с бетоном	105
5.1. Расчет по образованию трещин	105
5.2. Учет влияния неупругих свойств бетона	121
5.3. Изгиб	124
5.4. Кривизна элемента. Коэффициенты ψ_s и ψ_b	129
6. Расчет трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов с участками нарушенного сцепления	132
6.1. Расчет образования трещин в изгибаемых железобетонных элементах	132
6.2. Расчет ширины раскрытия трещин изгибаемых элементов	144
6.3. Кривизна элемента	153
6.4. Варианты расчета элементов с различной степенью нарушения сцепления	155
7. Экспериментальные исследования железобетонных элементов с нарушенным сцеплением	157
7.1. Изготовление, размеры и конструкции экспериментальных образцов	157
7.2. Определение физико-механических характеристик бетона	161
7.3. Исследование сцепления арматуры с бетоном	163
7.4. Исследование трещиностойкости центрально растянутых железобетонных элементов с нарушенным сцеплением арматуры с бетоном	168
7.5. Исследование процесса образования и развития трещин в изгибаемых железобетонных элементах с нарушенным сцеплением арматуры с бетоном	175
Заключение	189
Библиографический список	190

Научное издание

Трофимов Александр Васильевич,
Рудный Игорь Александрович

**РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
С УЧЕТОМ НЕУПРУГОЙ РАБОТЫ
СЦЕПЛЕНИЯ АРМАТУРЫ С БЕТОНОМ**

Монография

Редактор *И. А. Шабранская*
Корректор *Е. Н. Апринцева*
Компьютерная верстка *О. Н. Комиссаровой*

Подписано в печать 19.06.2023. Формат 70×100 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 16,4. Тираж 500 экз. Заказ 92. «С» 57.
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет.
190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 4.
Отпечатано на МФУ. 198095, Санкт-Петербург, ул. Розенштейна, д. 32, лит. А.